

Möglichkeiten wissenschaftlicher Erkenntnis

Hartmut Rose

Inhaltsverzeichnis

1	Drei Bereiche	9
1.1	Wahrnehmung	10
1.2	Forschung	11
1.3	Beschreibung	12
2	Wahrnehmung	17
2.1	Sehen	18
2.2	Hören	20
2.3	Riechen	22
2.4	Schmecken	23
2.5	Fühlen	24
3	Forschung	27
3.1	Forschung und Technik	33
3.1.1	Optische Linsen und Linsensysteme	34
3.1.2	Strukturen unterhalb der optischen Auflösung	38
3.1.3	Kraftmikroskopie	45
3.1.4	Bilder aus dem Innern des Lebendigen	47
3.1.5	In die Ferne sehen	49

3.1.6	Nicht für unsere Ohren bestimmt	52
3.1.7	Schall im Draht	53
3.1.8	Jakobs Krönung oder Melitta Auslese?	54
3.1.9	Fühlen ohne Berührung	55
3.2	Sinnliche Technik	55
3.2.1	Sensoren: Tendenz zur Miniaturisierung	61
3.2.2	Aktoren	63
3.2.3	Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile	64
3.2.4	Messen	67
3.3	Grundlegende Forschung	69
3.3.1	Bewegung in Zeit und Raum	74
3.3.2	Geladene Materie	81
3.3.3	Was ist ein Atom?	82
3.3.4	Experimente, eine Sichtweise auf die Welt	89
3.3.5	Theorie und Experiment	106
4	Beschreibung	113
4.1	Wissenschaft in Wort und Schrift	114
4.1.1	Einige physikalische Begriffe	119
4.1.2	Begriffe im Wandel	132
4.2	Mathematik	135
4.2.1	Wichtige Begriffe der Mathematik	136
4.2.2	Systeme und deren mathematische Beschreibung	144
4.2.3	Der Begriff der Kontinuität	166
4.2.4	Geometrie	175
4.2.5	Wahrscheinlichkeitsrechnung	178
4.2.6	Numerische Mathematik	179

4.2.7	Künstlerische Ambitionen in der Mathematik . . .	187
4.3	Computer	195
4.3.1	Digitale Schaltungen, Bits, Bytes und Zahlen . . .	195
4.3.2	Sprechen Sie BASIC?	199
4.3.3	Eine Computersimulation	203
4.3.4	Evolution im Rechner	213

Vorwort

In der dritten Ausgabe des Jahres 1997 der Zeitschrift „Bild der Wissenschaft“ hieß das Titel-Thema „Physik am Ende?“ Mit drei Artikeln wurde dieses Thema im genannten Heft erörtert. Ein Vergleich der Physik und ihrer Bedeutung von heute mit der zu Beginn des ausgehenden Jahrhunderts, ein Essay, in dem der Physiker und Nobelpreisträgers Gerd Binnig zu Worte kommt und darin seine hoffnungsvolle Vision der zukünftigen Physik vorstellt. Und zuletzt ein wissenschaftsgeschichtlicher Rückblick auf die Blütezeit der Physik dieses Jahrhunderts und deren berühmte Vertreter.

Einige der dort wiedergegebenen Zitate lauten:

„Das Zeitalter der einfachen Physik ist zu Ende.“ (Prof. Ernst-Peter Fischer, Wissenschaftshistoriker)

„Das Schöne am Forschen ist das individuelle Erlebnis.“ (Prof. Hermann Haaken, Physiker)

„Die Physiker versorgen uns mit neuen Geräten und Methoden. Ohne sie hätte es den Fortschritt in der Biologie in dieser Form nicht gegeben.“ (Prof. Peter Sitte, Zellbiologe)

„Was wir wissen, ist ein Wassertropfen, was wir nicht wissen, ein Ozean“ (Isaak Newton, Physiker)

Die Physik gilt als die exakte Wissenschaftsdisziplin schlechthin, und durch die o. g. Fachartikel wird deutlich, dass die Physik zur heutigen Zeit überwiegend mit erheblich größerem Aufwand betrieben wird. Sie besitzt nicht mehr den Stellenwert wie zur Zeit Planck's, Einstein's und

Heisenberg's, um nur einige der großen Physiker zu nennen. Und sie entwickelt sich, möglicherweise aufbauend auf den vielen Teilergebnissen, die sie bisher geliefert hat, in Richtung auf eine Zusammenschau bzw. auf eine Beschreibung des Zusammenwirkens ihrer Einzelbereiche. Was aber im Bereich der Physik sich ereignet, das kann in der Übertragung ebenso für andere wissenschaftliche Disziplinen gelten.

Wie wird die zukünftige Entwicklung der Wissenschaft aussehen? Werden möglicherweise einige Wissenschaftszweige aufgegeben werden, weil sie keine wesentlichen neuen Erkenntnisse und auch keine Grundlagen für neue Anwendungen erwarten lassen, oder ändern sich lediglich Zielsetzungen und Methoden? Reicht es aus, eine Wissenschaft mit dem alleinigen Ziel des Erkenntnisgewinns zu betreiben, oder muss sie jedenfalls wirtschaftlich verwertbare Ergebnisse liefern, um weiterhin bestehen zu können? Wie auch immer man diese Fragen beantwortet haben will, fest steht, dass eines der erklärten Ziele der Wissenschaft die Erkenntnis der uns umgebenden realen Welt ist. Wie aber vollzieht sich diese Erkenntnis innerhalb der Wissenschaft, welcher Mittel bedient sie sich, und welche Methoden benutzt sie?

Kapitel 1

Drei Bereiche

Wenn wir vom *Erkennen* sprechen, dann ist es zuerst wichtig, klar vorzustellen, was wir unter diesem Begriff verstehen wollen. Bei aller Begriffsbildung und dem damit verbundenen anschließenden Gebrauch von Begriffen kommt es im Laufe der Zeit, je länger ein Begriff also existiert, zu einer Art Verwischung, so dass die Bedeutung und der Inhalt eines Begriffes undeutlich und missverständlich werden. Dazu tragen unter anderem der unsachgemäße Gebrauch oder die unsinnige Verbindung von Gefühlen und Stimmungen mit Begriffen bei. Aber auch die Loslösung der Begriffe von ihrer ursprünglichen Bedeutung und deren Diffusion in die breite Öffentlichkeit verstärken diesen Effekt. Dieser Entwicklung sind naturgemäß Begriffe, die einen abstrakten Inhalt haben, stärker ausgesetzt als solche, die der gegenständlichen Welt zuzuordnen sind. Gerade in der Wissenschaft aber ist eine klare und eindeutige Begriffsbildung und ein ebensolcher Gebrauch der Begriffe sehr wichtig, will man eine Kommunikation über einen Gegenstand der gemeinsamen Betrachtung sinnvoll führen.

Alles wissenschaftliche Erkennen braucht einen Gegenstand, dem wir uns eben erkennend nähern wollen, sei es aus bloßer Neugierde, aus einer suchenden Haltung heraus oder aus welchem Beweggrund auch immer. Es soll an dieser Stelle klar festgehalten werden, dass diese Gegenstände ausschließlich der objektiven uns umgebenden Realität entstammen. Somit können wir unser Bemühen um wissenschaftliche Erkenntnis vorerst

als den Versuch bezeichnen, die reale Welt um uns *wahrzunehmen*, zu *erforschen* und zu *beschreiben*. Wir können auch sagen, je mehr uns dies gelingt, um so tiefer wird unsere Erkenntnis der realen objektiven Welt.

1.1 Wahrnehmung

Wenn wir die reale Welt oder einen bestimmten Teilbereich aus ihr wahrnehmen, dann meinen wir damit, dass wir diese Realität mit den Möglichkeiten unserer Sinne erfahren. Die ist zugleich der natürlichste Weg, mit der realen Welt in Kontakt zu stehen, und das funktioniert mittels der Sinnesleistungen, mit denen die Natur uns ausgerüstet hat, Gesichtssinn, Gehör, Tastsinn, Geschmackssinn und Geruchssinn. Jeder, der sich einigermaßen innerhalb der ihn umgebenden Welt zurechtfinden muss, bedient sich dieser Sinne auf gänzlich selbstverständliche Weise. Die Sinneindrücke werden uns sozusagen automatisch vermittelt, sie sind nicht von unserem kognitiven Bewusstsein abhängig, bilden jedoch in gewisser Weise dessen Grundlage.

Es ist uns möglich, unsere Sinne auf eine bestimmte Sache, etwa ein besonderes Ereignis, zu konzentrieren. Es mag vielleicht als weit hergeholt klingen, aber die Physiognomie unseres Sehapparates scheint doch geradezu prädestiniert zu sein für eine konzentrierte Betrachtung. Man denke diesbezüglich nur einmal an die Fähigkeit unseres Augenpaares, ein stereoskopisches Bild zu erzeugen, oder an die Fähigkeit der Fokussierung auf der Grundlage der elastischen Augenlinsen. Mit anderen Worten, wir haben auf der Basis unserer Biologie naturgegebene Eigenschaften zur konzentrierten Erfassung und Beschäftigung mit den Gegenständen der Welt um uns herum.

Es ist aber damit alleine noch nicht getan, wenn es darum geht, eine Sache wissenschaftlich zu betrachten. Der bloße sinnliche Eindruck, den wir aufgrund unserer Sinne von der Außenwelt vermittelt bekommen, mag zwar schon zu so etwas wie einer Kategorisierung der Wahrnehmungen führen, wie angenehm, unangenehm, nützlich, unnützlich oder existentiell bedeutungsvoll usw.. Aber anhand solcher Einschätzungen orientieren sich unbewusst ganz sicher auch Tiere, und sie sind für das bloße biologische Existieren und Überleben notwendig. Wir könnten hier

einfach abbrechen und die erwähnten Kategorien sprachlich formulieren und gegebenenfalls weiter differenzieren und mit Beispielen füllen. Dies alles könnten wir z.B. schriftlich fixieren, und wir hätten damit schon so etwas wie beschreibende Wissenschaft begründet. Nun aber muss ein weiterer Gesichtspunkt hinzugefügt werden, wenn wir zu einem tieferen wissenschaftlichen Erkennen vordringen wollen. Dies ist die Erforschung.

1.2 Forschung

Wenn es eine objektive Realität gibt, und daran zweifelt wohl niemand, wenn er nicht einer vollkommenen Egozentrik zum Opfer gefallen ist, dann ist es uns heute mehr denn je bewusst, dass wir mit unseren natürlichen Sinnen nur einen Bruchteil davon wahrnehmen. Der weitaus größere Teil dieser Realität bleibt unserer direkten Wahrnehmung verborgen. Diesen scheinbar unzugänglichen Bereich uns erfahrbar oder zumindest beschreibbar zu machen, dies ist eine der wesentlichen Anstrengungen der technisch wissenschaftlichen Tätigkeiten.

Die Technologien gehen dann noch einen Schritt weiter, indem sie versuchen, die gewonnenen Erkenntnisse in mehr oder weniger nützliche und brauchbare technische Systeme oder Geräte als Produkte umzusetzen. Die Janusköpfigkeit dieser menschlichen Schaffenskraft ist uns allerdings, je weiter sie fortschreitet, immer deutlicher und teilweise erschreckender vor Augen geführt worden.

Wissenschaft zu betreiben bedeutet demnach, den uns auf natürliche Weise gesteckten Rahmen des Erfahrbaren zu erweitern und somit immer weiter in die objektive Realität vorzudringen, und sie gleichsam auf der Grundlage von elementaren Gesetzmäßigkeiten immer tiefer zu erkennen. Das technische Instrumentarium, welches wir zu diesem Zweck entwickelt und immer weiter verfeinert und verbessert haben, wollen wir exemplarisch in noch folgenden Abschnitten genauer betrachten.

Ein wesentlicher Aspekt der Wissenschaft und der Forschung besteht meiner Meinung nach in der Fähigkeit des Menschen, Fragen stellen zu können, unabhängig davon, ob diese explizit sprachlich formuliert werden oder ob sie zunächst nur als neugieriges Erstaunen oder in bildhaften Vorstellungen über die äußere Welt im Geiste aufkeimen. Die Grundlage

für das geistige Leben bildet unsere Fähigkeit der Sprache. Die Sprache ist die Grundlage für eine genaue Formulierung von Fragen und damit für das Betreiben von Wissenschaft.

Zum Beispiel könnte es uns interessieren herauszufinden, welche Materialien aus unserer Umwelt den elektrischen Strom leiten und welche nicht. Um Antworten auf diese Frage zu finden, müssten wir nun eine experimentelle Anordnung ein Experiment aufbauen, in dem die Gegenstände unserer Untersuchung, in diesem Fall verschiedene Materialien, sich so einbringen lassen, dass uns die Durchführung des Experimentes die gewünschten Antworten liefert. Somit könnten wir auch sagen, die Erforschung besteht in einer schon recht umfassenden Tätigkeit. Zuerst müssen wir die geeigneten Fragen formulieren, dann müssen wir eine experimentelle Möglichkeit realisieren, die uns die Antworten auf diese Fragen liefert. Wenn es uns die Beantwortung von speziellen Fragen Wert ist, und die Geschichte der Wissenschaft und der Technologie zeigen, dass sie es oft gewesen ist, dann müssen wir manchmal zu erheblichen apparativen bzw. experimentellen und das bedeutet nicht zuletzt auch zu finanziellen Aufwendungen bereit sein. Die kernphysikalischen Experimente wie Teilchenbeschleuniger oder die Raumfahrt, die immer auch einen wissenschaftlichen Hintergrund hat, mögen als nur zwei Beispiele zur Verdeutlichung für teure Wissenschaft dienen.

Es ist interessanterweise so, dass die Suche nach Antworten oftmals neue Fragen aufwirft, die einer weiterführenden Forschung bedürfen, wenn man der Sache weiter auf den Grund gehen will. Hierin hat die Wissenschaft eine Art Eigendynamik entwickelt. Nun aber müssen wir noch den dritten Gesichtspunkt des wissenschaftlichen Erkennens erläutern.

1.3 Beschreibung

Wenn wir, ausgehend von unseren Fragen, hingelangt sind zu der experimentellen Erforschung und der damit erhofften Findung von Antworten, dann könnten wir uns z.B. hinsetzen und alles das beschreiben, was wir erfragen wollten, was wir dazu unternommen haben, um die Antworten zu finden, und welche Antworten wir tatsächlich gefunden haben. Die ist im Grunde das Wenigste. Die Beschreibung in der Wissenschaft geht

aber weit über die bloße Dokumentation hinaus. Insbesondere durch die Zuhilfenahme der Mathematik haben sich in vielen Wissenschaftszweigen theoretische Bereiche herausgebildet, die mit der Bildung abstrakter Modelle der Realität leistungsfähige Werkzeuge für die wissenschaftliche Erkenntnis bereitstellen. Diese theoretischen Modelle sind manchmal so leistungsfähig, dass sie im Voraus Antworten auf wissenschaftliche Fragestellungen ermöglichen und technische Entwicklungen entscheidend geprägt haben bzw. deren Machbarkeit gestützt haben. Als Beispiel sei die Raumfahrt erwähnt, die in entscheidenden Aspekten auf den Modellen der Mechanik und der Gravitationsgesetze Newtons entwickelt wurde.

Wissenschaftliches Arbeiten muss nicht immer notwendigerweise die drei Teilbereiche, die wir erörtert haben, umfassen. Es gibt Beispiele wissenschaftlicher Arbeiten, die im Wesentlichen nur durch den dritten Teilbereich, die Beschreibung, gebildet werden. Das sind rein theoretische Arbeiten. In ihnen werden Modelle aufgestellt, die reale Systeme in Teilbereichen beschreiben. Diese Modelle wiederum beruhen meist auf einer rein mathematischen Beschreibung. An dieser Stelle sei ausdrücklich darauf hingewiesen, dass die Mathematik insbesondere in den exakten Wissenschaften ein unentbehrliches Werkzeug darstellt, welches die Ausagemöglichkeiten der natürlichen Wahrnehmung und des Experimentierens begleitet, ergänzt und oft sogar Aussagen über diese beiden Bereiche hinaus ermöglicht. Ein schönes Beispiel dafür sind die von James Maxwell (1831-1879) im Jahre 1864 aufgestellten Gleichungen. Sie beschreiben die elektrischen und magnetischen Felderscheinungen und stellen eine Verknüpfung beider Bereiche dar. Jeder Student der Elektrotechnik oder der Physik wird wenigstens einmal während seines Studiums mit diesen Gleichungen konfrontiert.

Diese Gleichungen wurden entwickelt, als es in der Welt der Physik noch keine Vorstellung über elektromagnetische Wellen gab. Die Physiker zur damaligen Zeit erklärten sich das Phänomen des Lichts noch nicht durch eine sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitende Wellenerscheinung. Vielmehr hatte man z.B. die Vorstellung von einem sehr fein verteilten Medium, dem Äther, in dem sich Licht in Form von Ätherwellen ausbreiten sollte, ähnlich wie es die Schallwellen in der Luft tun. Das Erstaunliche der Maxwellschen Gleichungen besteht darin, dass sie die Existenz von elektromagnetischen Wellen, die zu ihrer Ausbreitung keines Medi-

ums bedürfen, voraussagen. Tatsächlich wurde diese Hypothese durch Heinrich Hertz (1857-1894) im Jahre 1887, also 23 Jahre nach Maxwells Vorhersage, experimentell bestätigt. Der Weg für die Entwicklung von Radio und Fernsehen wurde somit geebnet.

Hier wird deutlich, wie die Sprache der Mathematik zu Hypothesen führen kann, die zunächst rein theoretische Aussagen zulassen. Es ist also durchaus möglich, alleine durch Beschreibung zu einer gewissen Erkenntnis der Realität zu gelangen. Die Wissenschaft wird aber immer darauf bestehen müssen, die aufgestellten Hypothesen zusätzlich durch geeignete Erforschung bzw. mit der Durchführung von Experimenten zu bestätigen. Erst dann, wenn eine Hypothese, sei sie durch bloße Gedankenexperimente aufgestellt oder durch mathematische Beschreibungen formuliert, auch experimentell verifizierbar geworden ist, können wir von einer gesicherten und befriedigenden wissenschaftlichen Erkenntnis sprechen.

Wir wollen an dieser Stelle noch einmal das bisher Besprochene kurz rekapitulieren und dabei die wesentlichen Gesichtspunkte deutlich herausstellen. Der Kernpunkt dieser Schrift ist das wissenschaftliche Arbeiten und das Erkennen der realen objektiven Welt, in der wir leben und wirken. Wir haben bisher eine Einteilung des Strebens nach wissenschaftlicher Erkenntnis in drei Bereiche vollzogen. Dieser Sachverhalt ist auf der Abbildung 1.1 dargestellt. Die Einteilung des wissenschaftlichen Erkennens in die vorgestellten drei Bereiche dient in diesem Buch als Grundgerüst für alle weiteren Betrachtungen, die wir noch anstellen wollen. Sie werden uns im Weiteren immer wieder begegnen, und wir wollen versuchen diese Begriffe, *Wahrnehmung*, *Erforschung*, *Beschreibung*, mit Inhalt zu füllen und eine Begriffsdefinition zu erreichen, die es uns erlaubt, das Streben nach wissenschaftlicher Erkenntnis besser zu verstehen und klarer zu fassen.

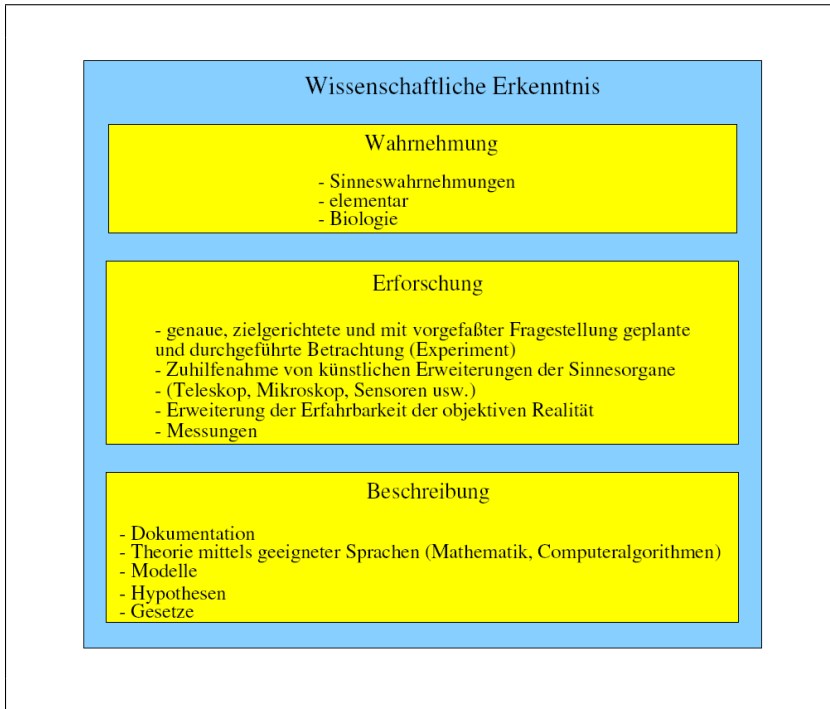


Abbildung 1.1: Dreiteilung des Begriffes der wissenschaftlichen Erkenntnis

Kapitel 2

Wahrnehmung

Wir existieren und wirken in der realen uns umgebenden physikalischen Welt auf der Grundlage der uns eigentümlichen spezifischen Biologie. Auf dieser Grundlage sind wir angewiesen auf unsere fünf Sinne, wenn es um die Wahrnehmung ganz spezifischer Reize aus unserer Umwelt geht, wie zum Beispiel die Temperatur der uns umgebenden Luft, das Vorhandensein von gasförmigen Stoffen in der Luft, Druckreize auf unsere Haut, Licht, das auf die Netzhaut unserer Augen fällt, Stoffe, die unsere Zunge berühren, Geräusche, die an unsere Ohren dringen und so fort. Für diese Wahrnehmungsleistungen sind wir ausgerüstet mit unterschiedlichen Sinnesorganen, die zur Erfassung ebenso unterschiedlicher Ereignisse in der Außenwelt dienen. Wir wollen unsere Aufmerksamkeit zunächst auf eben diese Ereignisse richten, die in der realen physikalischen Welt stattfinden, und über deren Existenz wir über unsere Sinnesorgane ganz spezifische Informationen vermittelt bekommen. Wir sind heute in der Lage, diese Ereignisse, wir können auch von physikalischen Phänomenen sprechen, sehr detailreich zu beschreiben, da sie schon lange Gegenstände der wissenschaftlichen Erforschung sind.

2.1 Sehen



Abbildung 2.1: Das Auge

Stellen wir uns vor, irgend jemandem würde die Aufgabe gestellt das zu beschreiben, was er gerade sieht. Stellen wir uns weiter vor, diese Person sitze gerade vor einem Computermonitor damit beschäftigt, einen Text mit einem Textverarbeitungsprogramm zu erstellen. Sie würde nun damit beginnen, diesen Monitor zu beschreiben.

„Ich sehe vor mir etwa, 50 cm von mir entfernt auf dem Tisch stehend, einen Computermonitor. Die Frontseite besitzt ein rechteckiges Format. Das Gehäuse ist cremefarben. Der Name des Monitorherstellers ist mit blauen Buchstaben unten links auf den Rahmen aufgedruckt. Im rechten unteren Bereich der Frontseite befindet sich ein runder blauer Netzschalter, und daneben leuchtet eine Leuchtdiode in hellem grünem Licht. ...“

So etwa könnte die Beschreibung dessen, was die Person vor Augen hat in Worte gefasst aussehen. Wir können daraus schließen, dass wir mittels unseres Gesichtssinns verschiedenartige Informationen aus der Umwelt aufnehmen. Diese Informationen beziehen sich auf Entfernungen, Formen, Farben und das Vorhandensein von Gegenständen.

Was aber ist es, das alle diese Informationen übermittelt? Wir haben dieses Etwas Licht genannt, und genau dieses Licht ist schon seit langem Gegenstand wissenschaftlicher Betrachtungen. Zur Physik des Lichts werden wir aber in einem der noch folgenden Kapitel Näheres erfahren.

Woher kommt dieses Licht? Wo wird es hergestellt? Da wir nach heutigem Kenntnisstand wissen, dass Licht eine Form von Energie ist, können wir sagen, dass eine primäre Quelle des uns auf der Erde zur Verfügung stehenden Lichts die Sonne ist, die ja einen Teil ihrer Energie eben auch in Form von Lichtenergie in den Raum abstrahlt. Des Weiteren können wir natürlich auch jeden Licht aussendenden Körper als eine Lichtquelle betrachten, wie zum Beispiel einen stark erhitzten glühenden Körper. Wir können also unsere Augen durchaus als Sensoren auffassen, die aus all den Energieformen um uns herum speziell die Lichtenergie erfassen und geradezu herausfiltern. Wie aber funktioniert nun dieses Filter, das doch für uns so wichtige Informationen bereitstellt, und auf das wir in erheblichem Maß in unserem alltäglichen Leben und Erleben angewiesen sind. Die Skizze auf der Abbildung 2.2 zeigt den schematischen Aufbau der Anatomie eines menschlichen Auges.

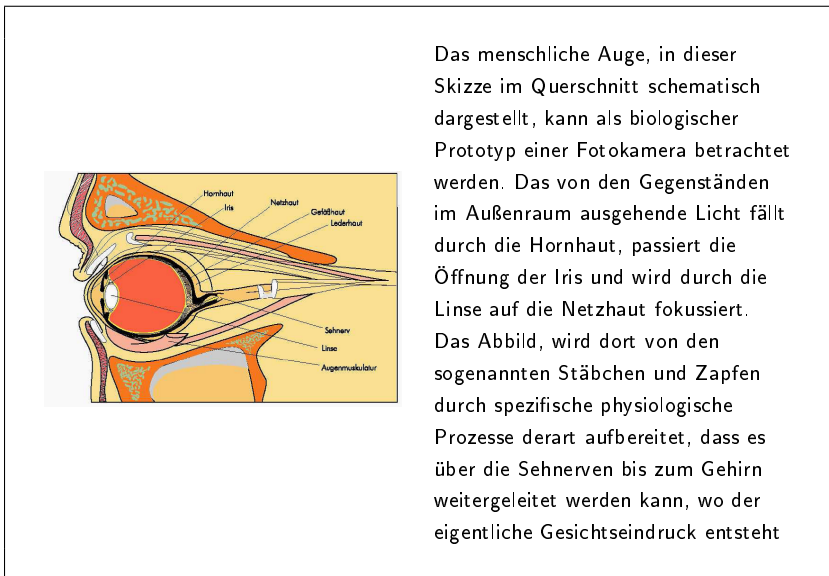


Abbildung 2.2: Anatomie des Auges

Die Gesamtfunktionalität des Augenorgans besteht darin, Licht aufzunehmen und dieses in eine Form umzuwandeln, die über die Nervenfasern bis zum Gehirn weitergeleitet werden kann, wo sie letztlich in eine für uns verwertbare Information verarbeitet wird. Über diesen Vorgang sind

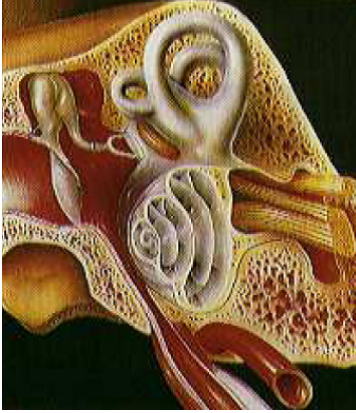
mittlerweile sehr viele Details bekannt, was wir verschiedenen wissenschaftlichen Anstrengungen aus unterschiedlichen Gebieten zu verdanken haben. Es spielen hier physikalische, biologische und biochemische Forschungen eine wesentliche Rolle. Wichtig zu erwähnen ist die Tatsache, dass das Auge Lichtintensitäten und Farben unterscheiden kann. Das drückt sich zum Beispiel darin aus, dass wir eine Lichtquelle als hell oder dunkel qualifizieren, und dass wir Farben als unterscheidbare Informationen definieren. Diese Tatsachen sind für uns im Alltagsleben derart selbstverständlich, dass wir uns sie nicht wirklich bewusst machen. Interessant wird es allerdings dann, wenn wir die Erkenntnis betrachten, dass Licht nichts anderes ist als elektromagnetische Strahlung, die sich im Raum durch wellenförmige Feldverteilungen des elektrischen und magnetischen Feldes beschreiben lässt. Im ersten Kapitel war davon schon einmal im Zusammenhang mit den Maxwellschen Gleichungen die Rede. Da es sich beim Licht also um ein Phänomen handelt, welches durch Wellen beschreibbar ist, ist damit auch eine Frequenz verknüpft. Wir wissen heute, dass unsere Farbwahrnehmung auf der Unterscheidung von Lichtwellen unterschiedlicher Frequenzen beruht. Unser Gesichtssinn kann also als eine Wahrnehmungsvorrichtung bezeichnet werden, die es fertig bringt, elektromagnetische Wellen innerhalb eines spezifischen Frequenzbereiches zu selektieren, diese Wellen entsprechend ihres Frequenz- und Intensitätsgemischs in einen spezifischen Farbeindruck zu wandeln, und uns somit Informationen über die gegenständliche Welt zu liefern. Dass es da draußen aber diesseits und jenseits des von uns wahrnehmbaren Spektralbereichs noch weit mehr elektromagnetische Strahlung gibt, darüber werden wir im dritten Kapitel noch näheres erfahren. In diversen physikalischen Experimenten hat man die Geschwindigkeit, mit der sich das Licht ausbreitet, bestimmt, und heute rechnen die Wissenschaftler mit einem Wert von $2,9979 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ für die Vakuumlichtgeschwindigkeit.

2.2 Hören

Stellen wir uns vor, wir hören ein lautes knallendes Geräusch aus einiger Entfernung, so dass wir nicht sehen können, was die Ursache dafür sein mag. Die meisten Menschen, wenn nicht gar alle, würden sogleich ver-

suchen, den vernommenen Knall mit einem ihn verursachenden Ereignis in Verbindung zu bringen. Menschen sind nun einmal neugierig. Ständig sind wir, ob bewusst oder unbewusst, damit konfrontiert, Geräusche, die aus unserer Umgebung an unsere Ohren dringen, zu registrieren, zu lokalisieren und daraus entsprechende Informationen für uns zu gewinnen, die uns Rückschlüsse auf deren Ursache erlauben.

Das, was wir mit unseren Ohren wahrnehmen sind, allgemein ausgedrückt, nichts anderes als Luftdruckschwankungen, die durch irgendwelche, auf welche Art auch immer, sich bewegende Körper hervorgerufen werden. Hören ist also im Grunde nichts anderes als die Wahrnehmung von Bewegungen. In diesem Zusammenhang ist oft die Rede vom Schall, der sich durch die Luft fortbewegt. Der Begriff *Schall* bezeichnet nichts anderes als die von einem sich bewegenden Körper ausgehenden Luftdruckschwankungen, die wir auch als Schallwellen bezeichnen. Nun könnten wir einwenden, dass man aber auch dann noch hören kann, wenn drumherum keine Luft vorhanden ist, zum Beispiel beim Tauchen unter Wasser. Das ist natürlich vollkommen richtig und damit wird ganz einfach deutlich, dass Schallereignisse bzw. Schallwellen sich außer in Luft auch in anderen Medien ausbreiten können wie im Wasser, in Metallen oder sonstigen festen, gasförmigen oder flüssigen Stoffen. Übrigens sind die Schallgeschwindigkeiten in unterschiedlichen Medien verschieden. Die Schallgeschwindigkeit in Luft beträgt etwa $330 \frac{m}{s}$.



Diese Abbildung der Anatomie des Innenohres zeigt deutlich die filigranen Strukturen, aus denen unser Hörorgan gebildet wird.

Abbildung 2.3: Anatomie des Innenohres

2.3 Riechen

Mit jedem Atemzug, bei dem wir Luft durch die Nase einströmen lassen, inhalieren wir unzählige in der Luft befindliche Stoffe bzw. deren Moleküle in unterschiedlichsten Konzentrationen. Ist die Konzentration eines Stoffes hoch genug, dann nehmen wir dessen Existenz mittels des Geruchssinns wahr, wir riechen ihn. Viele Menschen empfinden es als Genuss, wenn sie die Blüte einer Blume an ihre Nase halten und deren Geruch intensiv wirken lassen. Düfte und Gerüche umgeben uns tagtäglich in unzähliger Vielfalt, von denen wir einige, wie gerade beschrieben, als angenehm empfinden, andere können unangenehm empfunden werden und wieder andere sogar zu fluchtähnlichen Reaktionen veranlassende Wirkung auf uns ausüben.

Was ist aber nun das Riechen als solches, was bewirkt die Auslösung von unterschiedlichen Geruchserfahrungen. Wie oben schon angedeutet, handelt es sich bei der Geruchswahrnehmung um die Detektion von Stoffen, die durch unsere Nase strömen. Wir könnten demnach auch formulieren: Riechen ist die Detektion der Gaszusammensetzung, die im Bereich unserer Nase gerade vorherrscht. Dabei gelingt es unserem natürlich gewachsenen Gassensor nicht nur das bloße Vorhandensein von bestimmten Ga-

sen sondern auch dessen relative Konzentration zu analysieren. In unserer umgangssprachlichen Beschreibung reden wir dann z.B. von schwachem, starkem oder strengem Geruch, um eine Quantifizierung auszudrücken. Diese Eindrücke sind in weiten Bereichen durchaus als objektive Maßstäbe brauchbar.

Die subjektiven Eindrücke, welche durch Gerüche beim einzelnen hervorgerufen werden, können sehr stark variieren, und sie sind für eine physikalische Betrachtung unerheblich, was letztendlich auch für alle anderen subjektiven Sinneswahrnehmungen gilt. Für unser alltägliches Leben, um nicht zu sagen Überleben, sind wir natürlich auf das Funktionieren unserer Sinnesleistungen angewiesen.

2.4 Schmecken

Wenn schon das Riechen oft als genussvolles Ereignis empfunden wird, so gilt dies für unseren Geschmackssinn sicher in noch weit größerem Maße. Ich denke, wir müssen darauf nicht näher eingehen. Jeder kann hier sein eigenes Erleben betrachten.

Die Zunge besitzt die Fähigkeit, ähnlich wie auch unsere Nase, Stoffe oder Substanzen zu detektieren. Der Unterschied liegt offenbar darin, dass diese Substanzen hierfür nicht in der Gasphase sondern in Lösung vorliegen. Die wesentliche Aufgabe dieser Sinnesleistung liegt natürlich nicht darin, uns Genuss zu verschaffen. Es handelt sich vielmehr um eine Schutzfunktion, die uns das Überleben erleichtert. Stoffe, die nicht zum Verzehr geeignet sind, können, bevor wir sie verschlucken, als ungenießbar erkannt werden, und wir können dann entsprechend reagieren. Wie auch der Geruchssinn erlaubt uns der Geschmackssinn eine Art analytische Einteilung vorzunehmen sowohl in qualitativer als auch in quantitativer Hinsicht. Wir drücken das dann dadurch aus, dass wir Geschmacksrichtungen wie süß, sauer, bitter, scharf, salzig usw. unterscheiden. Und wir sagen, dass etwas nicht nur süß sondern sehr süß oder weniger süß schmeckt.

2.5 Fühlen

Das, bezogen auf die Fläche, größte Sinnesorgan ist unsere Haut. Sie umhüllt unseren gesamten Körper, und sie ist überall mehr oder weniger sensibel. Wir können vermittels ihrer Sinnesleistung mechanische Berührungen und Drücke wahrnehmen. Aber auch Größen, wie die Umgebungstemperatur, können wir über die Haut empfinden, wobei das Spektrum der Empfindungen unterschiedlich starker Ausprägungen dieser Faktoren weite Bereiche überstreicht. Auch die Wahrnehmungen, die wir über unsere Haut von der Außenwelt vermittelt bekommen, sind für unser Überleben wichtig, was in früheren Zeiten sicherlich von größerer Bedeutung gewesen sein dürfte, als in unserer. Es würde zu weit führen, wenn wir an dieser Stelle auf subjektive Erfahrungen, die mit den Sinneseindrücken der Haut verbunden sein können, eingingen.

Wir haben nun in sehr knapper Form die Sinnesorgane, die uns für die Erfahrung der uns umgebenden Welt zur Verfügung stehen, angesprochen. Ausgestattet mit diesen fünf Organen und ihren spezifischen Leistungsmerkmalen müssen wir in dieser Welt leben und überleben. Unsere darauf beruhende Sensibilität stellt die Grundlage für jedwede Aufnahme und Verarbeitung von Information aus der uns umgebenden Welt dar, und sie erlaubt einem Menschen im Laufe seines Lebens sehr persönliche, subjektive, um nicht zu sagen einzigartige, Eindrücke. Jeder organisch gesunde Mensch verfügt über diese Leistungen, und sie sind vollkommen ausreichend für die bloße biologische Existenz, für die Orientierung und das Zurechtfinden in der realen Welt. Wir müssen nichts mehr künstlich hinzufügen.

Und dennoch haben wir Menschen in unserer Geschichte mit manchmal erstaunlicher Raffinesse, mit Sorgfalt und Geschicklichkeit aber leider auch oft in fataler Überheblichkeit und geistiger Verirrung unsere Wahrnehmung der Welt auszudehnen versucht. Einige dieser Unternehmungen haben sich in der Entwicklung von Instrumenten manifestiert, die geeignet sind, unsere Sinne für Bereiche der realen Welt zu erweitern, die uns ohne sie nicht unmittelbar zugänglich wären. Mit dieser Entwicklung einhergehend vollzog sich die Erforschung der Welt, wie sie wirklich ist, die Suche nach einer objektiven Realität. Einer Realität, die mehr ist als das, was uns unmittelbar daraus mittels unserer bloßen Sinne offenbar

wird. An dieser Stelle ist anzumerken, dass auf diesem Weg, den Wissenschaftler und Erfinder vieler Generationen beschritten haben, nicht versucht wurde durch eine Manipulation der Sinneswahrnehmungen selbst eine erweiterte Einsicht zu erhalten. Vielmehr stellen die Erfindungen von Instrumenten, welche die Wissenschaft zu diesem Zweck einsetzt, technische Erweiterungen der Wahrnehmungsfähigkeit dar, die mit Adaptern zu vergleichen sind, mit denen wir über die Grenzen unserer biologisch natürlichen Sinnesleistungen hinaus Bereiche der realen Welt neu wahrnehmen oder erfahren können. Oft dienten bei der Entwicklung dieser Instrumente die natürlichen Sinnesorgane, oder zumindest Teile davon als Vorlage. Im Folgenden werden wir darüber weitere Einzelheiten erfahren, und wir werden sehen, wie und in welchem Ausmaß es gelungen ist die natürlich gesetzten Grenzen der Wahrnehmung auszudehnen, um dadurch eine tiefere Erkenntnis der realen Welt zu erlangen.

Was sind nun unsere wissenschaftlichen Erkenntnismöglichkeiten?

Die unmittelbaren, da auf der Basis unserer Biologie gewachsenen, Erkenntnismöglichkeiten der realen Welt sind unsere oben besprochenen Sinneswahrnehmungen. Sie sind überhaupt notwendig, um uns in dieser Welt agierend und reagierend zurechtzufinden, indem sie uns wichtige Informationen aus der Umgebung vermitteln, die wir wiederum auf der Grundlage von komplexen physiologischen Prozessen, teils unbewusst teils bewusst, verarbeiten und vielfältig umsetzen. Obwohl diese unsere Sensibilität der äußeren Welt gegenüber ganz sicher als eine Art Ausgangspunkt für ein, wie auch immer geartetes, Interesse an der uns umgebenden Welt betrachtet werden kann, so können wir jedoch bisher noch nicht von einem wissenschaftlichen Erkennen sprechen, wenn wir uns auf die bloße Sinneswahrnehmung beschränken. Das wissenschaftliche Interesse an der Welt stellt eine geistige Komponente unserer Existenz dar, die da einsetzt, wo wir nach dem Fragen, was hinter den unmittelbaren Wahrnehmungen steckt. Gibt es da vielleicht so etwas wie Systematik oder Regeln oder Gesetze, die auf einer höheren geistigen Ebene eine Erklärung der ungeheuren Vielfalt von Erscheinungen und natürlichen Abläufen bieten?

Kapitel 3

Forschung

Es wäre sicherlich mühsam und teilweise sehr spekulativ, wenn wir versuchen darzulegen, warum es immer wieder Menschen gegeben hat, die es sich nicht daran genügen ließen, die sie umgebende Welt einfach nur mittels ihrer Sinne wahrzunehmen, sondern darüber hinaus Anstrengungen unternahmen mehr zu erfahren und tiefere Einsichten zu erhalten. Wir wollen es einfach als gegebene Tatsache hinnehmen, dass es diese Geisteshaltung nun einmal gibt, und dass sie das Leben der Menschen bis heute entscheidend beeinflusst und gestaltet hat. Es soll auch nicht primär darum gehen, diesen Weg, den die Menschheitsgeschichte hierin beschritten hat, nachzuzeichnen. Wir wollen vielmehr anhand einiger vor allem technischer Entwicklungen betrachten, auf welche Weise es gelungen ist, die Grenzen der sinnlichen Wahrnehmung zu erweitern und dadurch Gebiete zugänglich zu machen, die uns ohne diese Hilfsmittel verschlossen geblieben wären.

Es muss schon immer ein besonderer Reiz gewesen sein das, was sich unserem Gesichtssinn verbirgt, weil es zu klein ist, um von unserem Sehapparat aufgelöst zu werden, doch betrachten zu können. Hier war die Entwicklung des Mikroskops eine entscheidende Erfindung, die dem Interessierten bisher völlig unbekannte Welten erschloss.

Wenn wir uns noch einmal an die Abbildung 2.2 auf der Seite 19 des Auges erinnern, so fällt eine anatomische Eigenart auf. Es handelt sich dabei um den seltsame durchsichtigen Körper, der, direkt hinter der Hornhaut

angeordnet, den inneren Hohlraum des Auges von der Außenwelt abschließt. Alles Licht muss, bevor es die Netzhaut erreichen kann, diesen Körper passieren. Wenn wir es heute nicht besser wüssten, so könnten wir, wenn wir nach der Funktion des Körpers fragten, zunächst annehmen, dass er lediglich die Aufgabe des Schutzes für den Augeninnenraum hat. Der Name, unter dem wir dieses Organell heute allgemein kennen, lautet Linse. Die Linse besitzt neben der nicht zu verkennenden Schutzwirkung aber eine für das Sehen weitaus grundlegendere Funktion, die sich auf ihre optischen Eigenschaften zurückführen lässt. Das Zusammenspiel von Linse und Licht ist überhaupt eine Voraussetzung dafür, dass wir mit unseren Augen scharfe Abbildungen des Außenraumes wahrnehmen können. Der heutige Forschungsstand erlaubt eine detaillierte Beschreibung der optischen Eigenschaften der Linse. Eine ausführliche Darstellung würde weit über das hinaus gehen, was uns an dieser Stelle weiterführen soll.

Wie wäre es, wenn wir die Linse künstlich nachbilden könnten, so dass wir einen Gegenstand zur Verfügung hätten, der in seinen optischen Eigenschaften denen der Linse sehr nahe kommt? Dieses Ziel ist, wie jedem bekannt sein dürfte, bereits seit langem erreicht. Wir können künstliche Linsen aus Glas und Kunststoff herstellen. Diese Kunstlinsen besitzen die gewünschten Eigenschaften und darüber hinaus sogar weitere, die für manche Anwendungen notwendig sind. Was ist aber nun die wesentliche Eigenschaft einer solchen Kunstlinse, warum sollte sie für uns einen Nutzen bringen? Dazu betrachten wir einmal die folgende Szene.

Stellen wir uns vor wir bemerkten, vor uns auf dem Boden liegend, einen kleinen Gegenstand. Aufrecht stehend sind wir wegen des zu großen Abstands nicht in der Lage zu erkennen, was dieses Etwas auf dem Boden eigentlich ist. Da es nun aber einmal unsere Aufmerksamkeit auf sich gezogen hat, beugen wir uns nach unten in Richtung auf den Gegenstand, um den Abstand zu unseren Augen zu verkürzen. Wie selbstverständlich wissen wir, dass wir näheres über den kleinen Gegenstand erfahren können, wenn wir ihn aus der Nähe betrachten. Nun, nachdem wir also intuitiv durch das Hinabbeugen den Betrachtungsabstand zu unserem Objekt verkürzt haben, sehen wir, es handelt sich um kleines Insekt, welches dort liegend scheinbar sein Ende gefunden hat. Unsere Neugierde

ist noch weiter gewachsen, und wir entschließen uns, das kleine Tierchen aufzuheben und auf einem Tisch in exponierter Lage zu platzieren. Wir versuchen Details zu erkennen, und es gelingt uns einen länglichen Körper mit sechs daran befindlichen Beinchen zu erkennen. Außerdem sehen wir auch deutlich das transparente Flügelpaar, den kleinen Kopf mit zwei Fühlern und relativ großen runden Augen daran. Das ist nun schon eine ganze Menge mehr als das, was wir erkennen konnten, als das Insekt sich noch, vor uns auf dem Boden liegend, weiter entfernt von unseren Augen befand. Wir haben bei unseren Betrachtungen bemerkt, dass je kürzer der Abstand zwischen unserem Sehorgan und einem zu betrachtenden Gegenstand ist, um so mehr Details können wir erkennen. Jetzt aber ist unser Interesse an dem Insekt noch mehr gewachsen, und wir beschließen den Betrachtungsabstand noch mehr zu Verkürzen und halten es ganz dicht vor eines unserer Augen. Aber was passiert nun? Es scheint uns nicht zu gelingen, noch mehr Details zu erkennen. Das Objekt schwimmt vor unserem Auge. Wir bemerken plötzlich eine Grenze unserer Sehleistung. So sehr wir uns auch anstrengen, ab einem gewissen Beobachtungsabstand gelingt es uns nicht mehr ein scharfes Bild vom Objekt zu beobachten. Schade, denken wir, denn zu gerne hätten wir noch mehr von dem Insekt erkannt. Genau hier kommt die Kunstlinse zum Einsatz. Wir nehmen also eine solche Linse und halten sie in geeigneter Weise zwischen das Objekt unserer Neugierde und unser Auge. Und siehe da, nun gelingt es uns wieder, ein scharfes Bild zu sehen. Die Grenze, die uns soeben noch daran hinderte noch mehr Einzelheiten zu beobachten, ist mit Hilfe der Kunstlinse überwunden. Durch diese hindurchschauend, sehen wir nun, dass die Beine und die Fühler wie auch die Flügel des Insekts mit winzigen Haaren bewachsen sind. Der Blick durch die Kunstlinse offenbart uns sogar, dass die Insektenaugen aus kleinen Wabenförmigen Elementen zusammengesetzt sind. Die Komplexität des Körperbaues des Insekts erscheint uns mit einmal staunenswert.

Wir haben soeben den Prototypen eines Lichtmikroskops beschrieben. Das Mikroskop, angefangen bei der einfachen Linse mit Vergrößerungseffekt bis hin zu kompliziert aufgebauten Linsenanordnungen, erlaubt es uns, Objekte aus sehr kurzen Beobachtungsabständen zu betrachten, so dass sie vergrößerte Abbilder in unserem Auge erzeugen.



Die Abbildung zeigt einen Wasserfloh. Der Körper dieses kleinen Tieres erscheint in der lichtmikroskopischen Aufnahme durchscheinend, und es sind vor allem die Eier im Innern des Körpers deutlich zu sehen.

Abbildung 3.1: Ein Wasserfloh

Um die uns von der Natur gesetzte Grenze der eigenen Sehleistung zu überschreiten haben wir keinerlei Manipulation an unserem Sehorgan selbst vorgenommen. Das war auch gar nicht nötig. Wir haben lediglich ein Instrument mit Hilfe von technologischem Wissen und der Fähigkeit zur technischen Manipulation von Werkstoffen aufgebaut. Dieses Instrument mit seinen spezifischen optischen Eigenschaften erlaubt es uns, die erwähnte Grenze zu überschreiten, um in neue Welten der visuellen Wahrnehmung vorzudringen. Diese Grenzüberschreitung hat nichts zu tun mit irgendeiner subjektiven Sinnestäuschung. Jeder, der seinen Blick durch ein Mikroskop richtet, wird den gleichen Effekt feststellen nämlich den von vergrößert erscheinenden Objekten, die sich im Blickfeld der Anordnung befinden. Dies ist ein deutlicher Hinweis auf den Tatbestand, dass wir mit Hilfe des Mikroskops ein Instrument zur Erweiterung einer unserer Sinnesleistungen benutzen, durch das wir Einsicht in eine objektive, uns umgebende Realität erhalten.

Von nicht minderer Bedeutung ist die Erfindung des Teleskops, mit dessen Hilfe wir unseren Gesichtssinn dahingehend erweitert haben, dass es uns möglich geworden ist, die Grenze der Weitsicht zu überwinden. Weit entfernte Objekte werden für das bloße Auge unkenntlich. Mit dem Teleskop können wir aber Gegenstände, die weit entfernt sind, so betrachten, als seien sie weniger weit entfernt.

Wenn wir in der Geschichte der Entwicklung von Instrumenten der Wissenschaft und Forschung weitergehen, dann können wir weitere finden, die der direkten oder indirekten Erweiterung des Gesichtssinnes dienen.

Wenn wir zum Beispiel an den Bereich der Fotografie denken, so finden wir hier die Verknüpfung mehrerer Technologien und Effekte, die es gestattet, die natürliche Dynamik des Sehens quasi auszuschalten. Es ist zum Beispiel möglich, einen kurzen zeitlichen Abschnitt eines Geschehens optisch zu fixieren, wenn es sich um eine Einzelaufnahme handelt. Jeder, der einen Fotoapparat besitzt, weiß, dass die Verschlusszeiten des Apparates, also die Zeit während der das äußere Bild auf dem Film abgeleuchtet wird, stufenweise im Bereich zwischen mehreren Sekunden und etwa einer tausendstel Sekunde eingestellt werden können, was für die meisten Lichtverhältnisse ausreichend ist. Belichtet man hintereinander viele Einzelbilder und projiziert diese dann in der Reihenfolge, in der sie aufgenommen wurden, dann können wir sogar Bewegungsabläufe in zeitlicher Dehnung oder im Zeitraffer darstellen. Die moderne Hochgeschwindigkeitsfotografie hat damit erstaunliche Einsichten in den zeitlichen Ablauf unterschiedlichster Ereignisse erbracht. Auch mit der Fotografie überwinden wir eine natürliche Grenze unseres Sehvermögens nämlich die Fähigkeit der zeitlichen Auflösung. Jeder kann sich vergegenwärtigen, was damit gemeint ist.

Nehmen wir an, wir schalten den Fernsehapparat ein, um uns eine Sendung anzuschauen. Was wir dort auf der Mattscheibe zu sehen meinen sind unterschiedliche Geschehnisse, wie wir sie auch im Alltag real sehen könnten, oder ganz und gar fiktive Ereignisse. Die zeitlich sehr schnell hintereinander von einem Elektronenstrahl aufgebauten Bilder erwecken den Eindruck einer realen Bewegung. Unser Gesichtssinn ist ab einer bestimmten Bildfrequenz nicht mehr in der Lage die Einzelbilder als solche zu erkennen. Sie verschmelzen sozusagen zu einer Bewegung. Beim Fernsehgerät werden alle Sekunde 25 Einzelbilder dargestellt.

Des Weiteren ist es mit geeigneten Instrumenten gelungen, die natürlichen Grenzen der Lichtintensität und der wahrnehmbaren Frequenzen der Lichtwellen zu erweitern. Mit einem Restlichtverstärker können wir selbst bei Dunkelheit noch sehen. Infrarotsichtgeräte oder Infrarotfotoapparate erlauben uns das Sehen außerhalb des optisch sichtbaren Frequenzspektrums.

Wir können also festhalten, dass das Bedürfnis, unseren Gesichtssinn zu erweitern zu unterschiedlichsten Instrumenten geführt hat, die sich in ihrer technischen Komplexität über einen weiten Bereich erstrecken. Sie

haben unser Wissen über die Welt um uns erheblich bereichert und haben ihre Anwendungen in diversen wissenschaftlichen Bereichen und auch in der alltäglichen Nutzung gefunden.

Für den Wissenschaftler bedeutet die Verfügbarkeit solcher Instrumente, dass er in der Lage ist, Antworten auf bestimmte Fragestellungen zu finden, die ihm ohne diese Hilfsmittel versagt bleiben müssten. Insbesondere wenn es darum geht, ein detailliertes Wissen über einen Untersuchungsgegenstand zu erhalten, leistet das Lichtmikroskop unentbehrliche Dienste in so unterschiedlichen Gebieten wie der Medizin, der Materialforschung oder Teilbereichen der Biologie. Optische Instrumente verdanken ihre Popularität ganz sicher ihrer Einfachheit und der Unmittelbarkeit der mit ihnen verbundenen Effekte.

Nun gibt es aber darüber hinaus auch solche Instrumente, die technisch gesehen wesentlich komplizierter aufgebaut sind, obwohl sie, gleich wie ein Lichtmikroskop, nur dem einen Zweck dienen nämlich der vergrößerten Abbildung kleiner und kleinster Objekte, die sogar eine Auflösung bis hinunter zu atomaren Abmessungen erfordern. Wie wir schon gesehen haben, ist es mit den lichtoptischen Instrumenten möglich, die Leistung des natürlichen Sehorgans zu verschieben bzw. zu überschreiten. Aber selbst ausgerüstet mit solchem Instrumentarium, stoßen wir erneut an Grenzen, die wir nicht mehr überwinden können, wenn wir weiterhin mit Licht als Informationsträger arbeiten. Licht als ein Bereich der elektromagnetischen Wellen kann ab einer bestimmten Größenordnung keine weiteren Details mehr auflösen. Es existieren aber glücklicherweise physikalische Effekte, die man ausnutzen kann, um auf ihnen basierende Instrumente zu konstruieren, die in der Lage sind, Informationen zum Beispiel über Oberflächen eines Objektes, das sich jenseits der durch Licht auflösbaren Größenordnung befindet, zu liefern und zu visuellen Abbildungen weiterzuverarbeiten. Solche Instrumente sind u. a. das Elektronenmikroskop und das Raster-Tunnel-Mikroskop (RTM). Wir wollen an dieser Stelle nicht auf technische Einzelheiten solcher Mikroskope eingehen. Es sei aber erwähnt, dass bei beiden Mikroskopen nicht das Licht sondern Elektronen die Informationen tragen, die auf Umwegen zur Visualisierung kleinster Strukturen der Materie dienen. Die bildlichen Darstellungen, die von solchen Mikroskopen geliefert werden, sind daher auch naturgemäß keine wirklichen optischen Abbilder der betrachteten

Objekte. Vielmehr geben sie Aufschluss über die räumliche Verteilung von Elektronen bzw. von elektrischen Ladungen.

Diese kurze Betrachtung der optischen Instrumente und bildgebender Systeme soll uns zunächst genügen, sie erhebt auch keinen Anspruch auf Vollständigkeit. Sie sollte lediglich aufzeigen, wie der forschende Mensch sich mit ihrer Hilfe über die Grenzen der natürlichen Leistungen seines Gesichtssinnes hinweg bewegt hat, um im Sinne des Wortes Einsichten in Welten zu bekommen, die ansonsten verborgen blieben. Es sind auch Anstrengungen unternommen worden, vergleichbare Instrumente für unsere weiteren Sinne zu entwickeln, jedoch haben diejenigen, die eine irgendwie geartete Visualisierung ermöglichen, für den Bereich der Forschung immer schon besondere Bedeutung gehabt.

Es waren Menschen wie Galilei, Kepler und viele andere, die sich den allgemeinen Auffassungen und Anschauungen von der Welt nicht unterordnen wollten. Sie haben sich durch des ›Kaisers neue Kleider‹ nicht täuschen lassen, sondern waren mutig genug, oder sollte man besser sagen naiv genug, auszusprechen, was sie mit eigenen Augen sahen. Wie viel erstaunlicher und wunderbarer war doch diese naive, aller Vorurteile, aller Konventionen und aller ängstlicher Arroganz und Ignoranz entkleidete Sicht der Welt. Von diesen damaligen Anfängen der Wissenschaft bis heute hat sich daran nichts geändert. Je mehr es uns vergönnt ist, in die Welt, die uns umgibt, Einsichten zu gewinnen, je tiefer unser Wissen oder unsere Ahnung um die Zusammenhänge wird, um so mehr müssen wir in Erstaunen geraten, um so mehr wird es uns, wenn wir es wollen, ermöglicht einen Schöpfer zu verehren, der all dies geschaffen hat.

3.1 Forschung und Technik

Forschung und Wissenschaft und Technik bzw. Technologie sind untrennbar miteinander verknüpft. Selbst ein ausschließlich theoretisch arbeitender Wissenschaftler, wie Einstein einer war, hätte wohl kaum seine genialen Ideen entwickeln und seine Schlussfolgerungen ziehen können, wenn er nicht die Befunde der Experimentalphysik seiner Zeit herangezogen hätte. Im Laufe der Zeit, insbesondere im Zuge der technischen Revolution, haben reine Wissenschaft und Technologie sich allerdings hinsichtlich

ihrer Zielsetzung auf getrennte Wege begeben. Dabei blieb die Wissenschaft vor der breiten Öffentlichkeit weitestgehend verborgen, spielte sich sozusagen im Hintergrund ab, während die immer weiter fortschreitende Technologie sich mehr und mehr auf das alltägliche Leben auswirkte. Das Leben innerhalb der industrialisierten Gesellschaft ist heute derart tiefgreifend von technischen und mit Hilfe moderner Produktionsmethoden massenhaft produzierten Produkten geprägt, dass es beinahe eine Anstrengung ist, sich eine Welt ohne alle diese Dinge nur vorzustellen. Diese Entwicklung soll uns aber nicht weiter interessieren. Unser Interesse wollen wir auf das reine technische Forschungsinstrumentarium richten, welches in Form experimenteller Aufbauten, einzelner Geräte und Materialien dem Wissenschaftler bei seinem eigentlichen Vorhaben, nämlich dem Vordringen zu einer tieferen Erkenntnis der Natur zu gelangen, dienlich sein soll.

Wir hatten bereits einige optische Instrumente wie Mikroskop und Teleskop erwähnt. Nun wollen wir uns genauer mit den technischen Aspekten und den Leistungen bzw. dem Nutzen für die Wissenschaft dieser und weiterer Instrumente beschäftigen. Wir beginnen mit einfachen Instrumenten und werden dann einen Bogen schlagen über deren Weiterentwicklung bis hin zu modernen komplexen Systemen, die uns als Messgeräte ausgestattet mit komplizierter Sensorik über nachgeschaltete Messdaten verarbeitende Rechner Informationen über unterschiedlichste Forschungsobjekte liefern.

3.1.1 Optische Linsen und Linsensysteme

Eines der einfachsten optischen Instrumente, die künstliche Linse, hatten wir schon weiter oben hinsichtlich seiner Leistungen eingehender besprochen. Wenn man nun schon mal solche Linsen herstellen kann, dann ist es doch naheliegend, diese mit verschiedenen Leistungsmerkmalen auszustatten und sie hinsichtlich ihrer relativen räumlichen Anordnung zu kombinieren. Alles dies ist die Aufgabe der technischen Optik.

Ein weiteres nicht minder wichtiges optisches Instrument ist der Spiegel, und der wird heute in verschiedensten Variationen vom planaren Spiegel bis zum sphärisch gekrümmten Spiegel in optischen Systemen eingesetzt. Ein weiteres optisches Bauteil, das Prisma, ist ebenfalls schon lange, wie

auch die anderen erwähnten, bekannt, und es spielte schon in den Untersuchungen Newtons über das Wesen des Lichts eine Rolle.

Die Abbildungen 3.2, 3.3 und 3.4 stellen eine lockere Betrachtung unterschiedlicher optischer Bauteile und optischer Instrumente dar. Die Bildbeschriftungen sind knapp aber informativ gehalten, so dass man einen Eindruck bekommt, womit die technische Optik sich im Grunde auseinandersetzt. Sie, der Leser können sich nun ein wenig entspannen und die Bilder auf sich wirken lassen, um somit einen Einblick in die technischen optischen Instrumente, die wir heute vielfältig nutzen, zu bekommen.

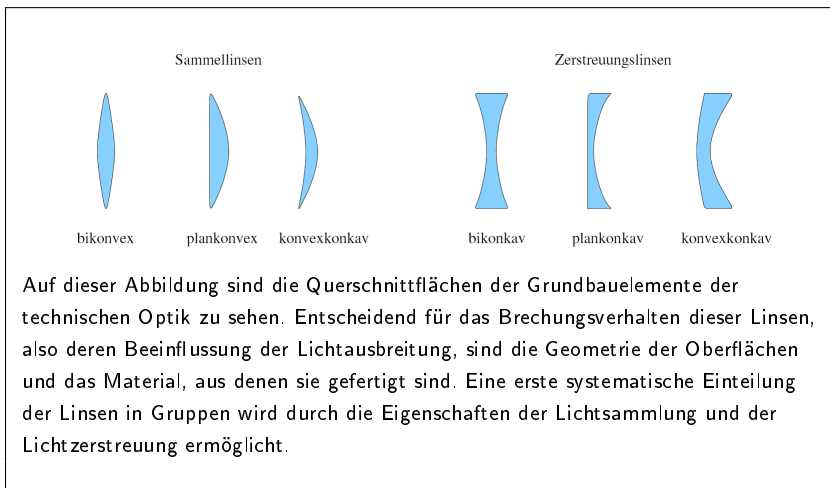


Abbildung 3.2: Verschiedene optische Linsen

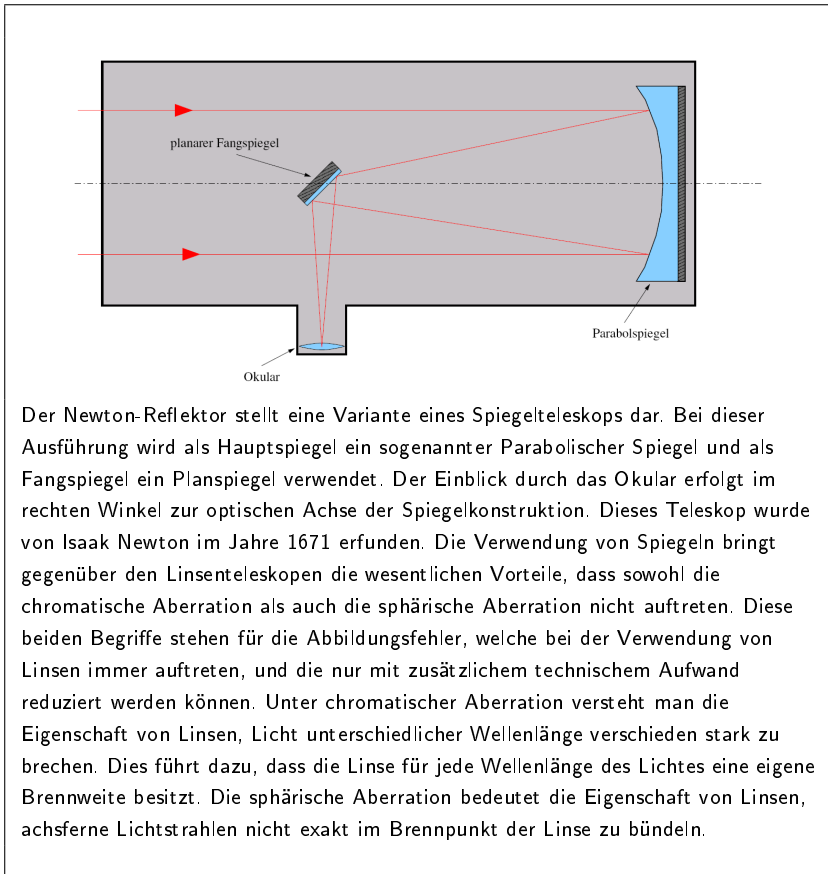


Abbildung 3.3: Aufbau des Spiegelteleskops

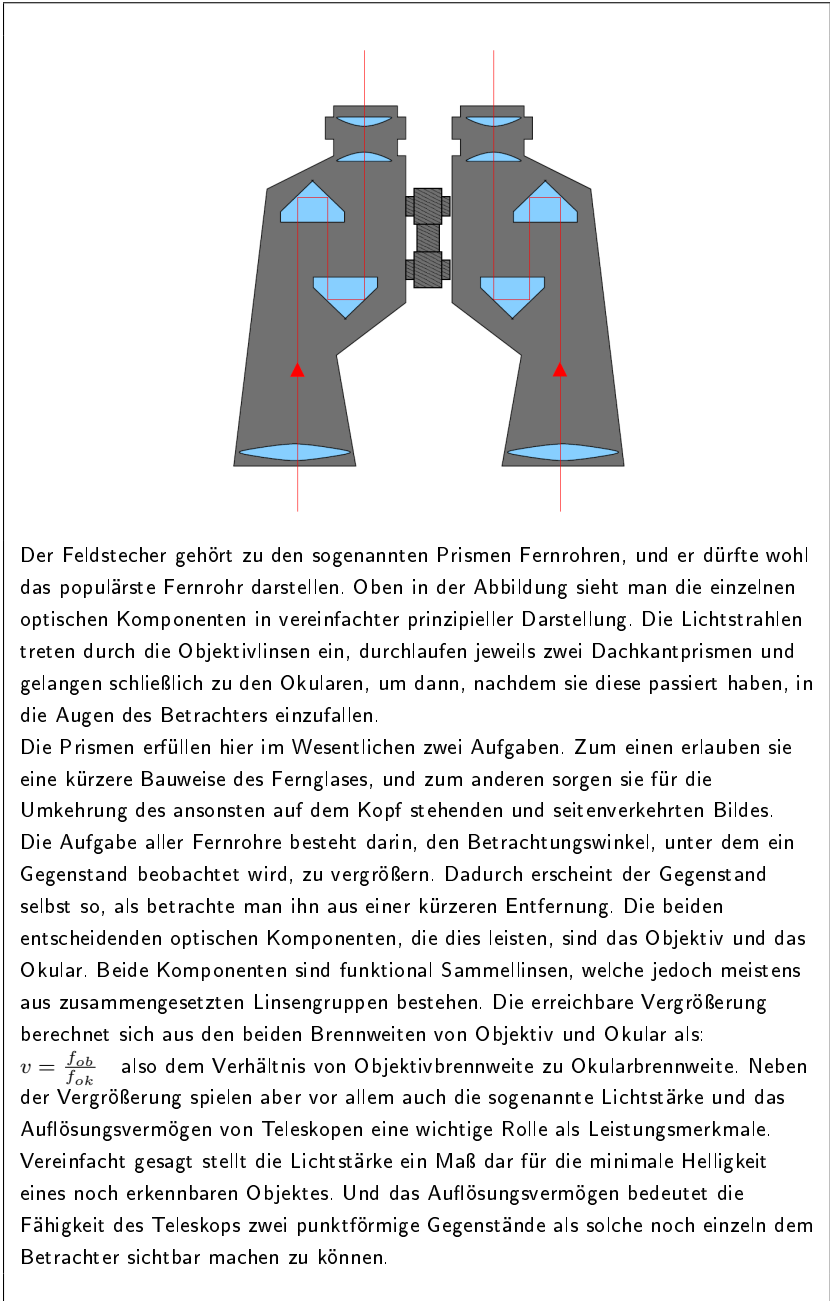


Abbildung 3.4: Aufbau des Feldstechers

3.1.2 Strukturen unterhalb der optischen Auflösung

Wie bereits angedeutet, sind wir heute in der Lage, die Grenze des Auflösungsvermögens, die den rein optischen Instrumenten gesetzt ist, zu überschreiten, um somit in die Bereiche kleinster Strukturen bis hin zu Anordnungen von Atomen in der Oberfläche von Körpern vorzudringen. Die dazu notwendigen technischen Systeme sind recht komplex. Sie lassen nicht, wie bei optischen Vergrößerungen üblich, eine direkte Beobachtung zu. Vielmehr werden unterschiedliche physikalische Effekte technisch genutzt und verknüpft, um damit eine Visualisierung von Objekten zu erreichen. Wir wollen uns dazu als erstes das Elektronenmikroskop ansehen.

Dieses Instrument nutzt anstelle von Lichtstrahlen Elektronenstrahlen. Diese Elektronenstrahlen werden auf ein zu untersuchendes Objekt gelenkt, wo sie bei ihrem Auftreffen verschiedene Effekte verursachen, von denen einige genutzt werden können, um Informationen über das Objekt, genauer gesagt über den kleinen Volumenbereich, innerhalb dessen die auftreffenden Elektronen mit dem Körper wechselwirken, zu erhalten. Welche physikalischen Effekte können wir nun diesbezüglich nach unserem heutigen Kenntnisstand unterscheiden? Dazu betrachten wir die Abbildung 3.6. Darin ist ein Elektronenstrahl dargestellt, der gerade auf einen Probekörper auftrifft.

Elektronenmikroskope können nach zwei Varianten unterschieden werden. Zum einen kann man es, wie auch sein optisches Pendant, in der Durchsicht benutzen. Wir haben es dann mit der sogenannten *Transmissionselektronenmikroskopie* (TEM) zu tun. Dabei wird ein Elektronenstrahl durch ein Target, welches entsprechend geometrisch beschaffen sein muss, hindurch gestrahlt. Es entstehen gestreute Strahlen, die zur Informationsgewinnung ausgewertet werden können. Bei diesem Verfahren kann das Auflösungsvermögen gegenüber der Lichtmikroskopie um einen Faktor 1000 gesteigert werden. Die zweite Variante ist das Rasterelektronenmikroskop (REM). Mit diesem Gerät ist eine Abtastung eines Targets möglich, so dass ein Bild über einen Flächenbereich gewonnen werden kann. Viele Worte können oft nicht beschreiben, was ein Bild sagt. Darum sollen die Abbildungen auf den Seiten 41 bis 43 einen Eindruck der Möglichkeiten und der Leistungsfähigkeit der Elektronenmi-

kroskopie vermitteln.¹

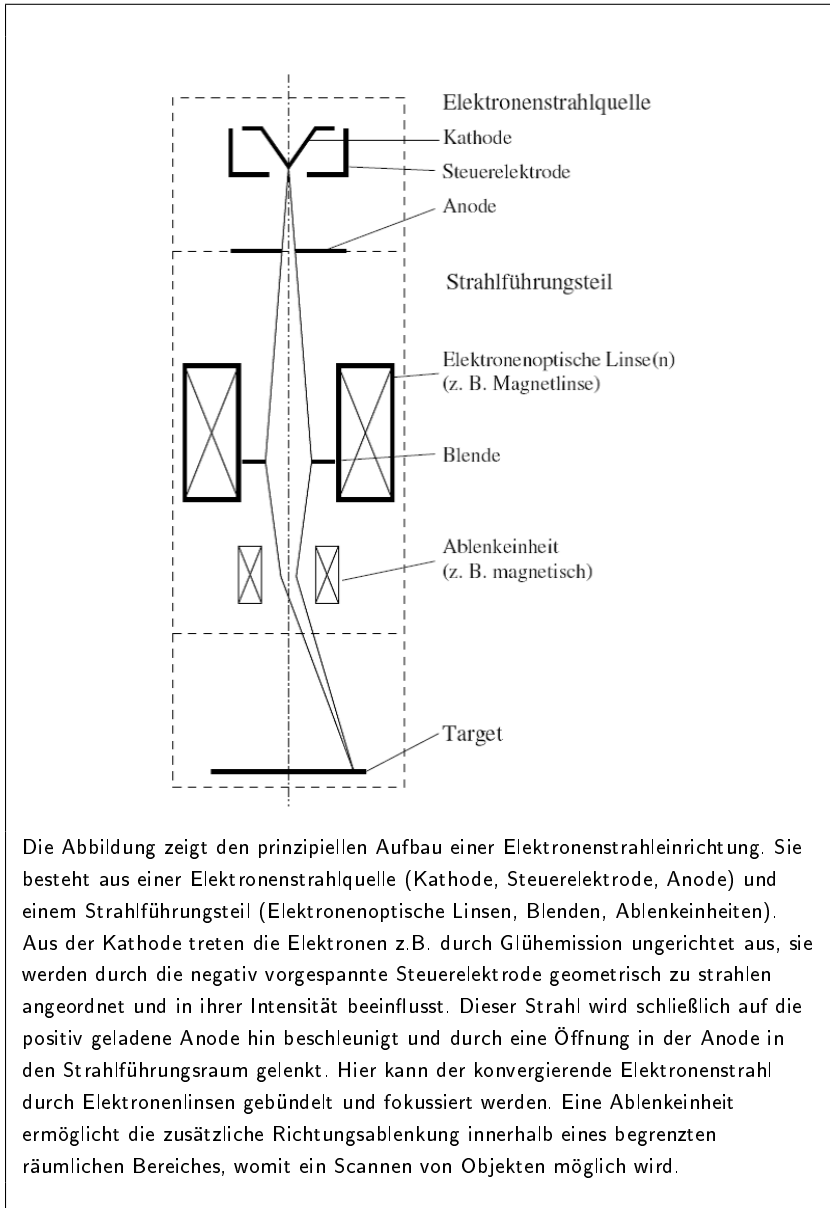


Abbildung 3.5: Prinzip des Elektronenmikroskops nach (author?) (13)

¹Wer sich für Abbildungen licht- und elektronenmikroskopischer Untersuchungen interessiert, dem sei die Internetseite von Dennis Kunkel unter der URL: www.pbrc.hawaii.edu/kunkel/ wärmstens empfohlen.

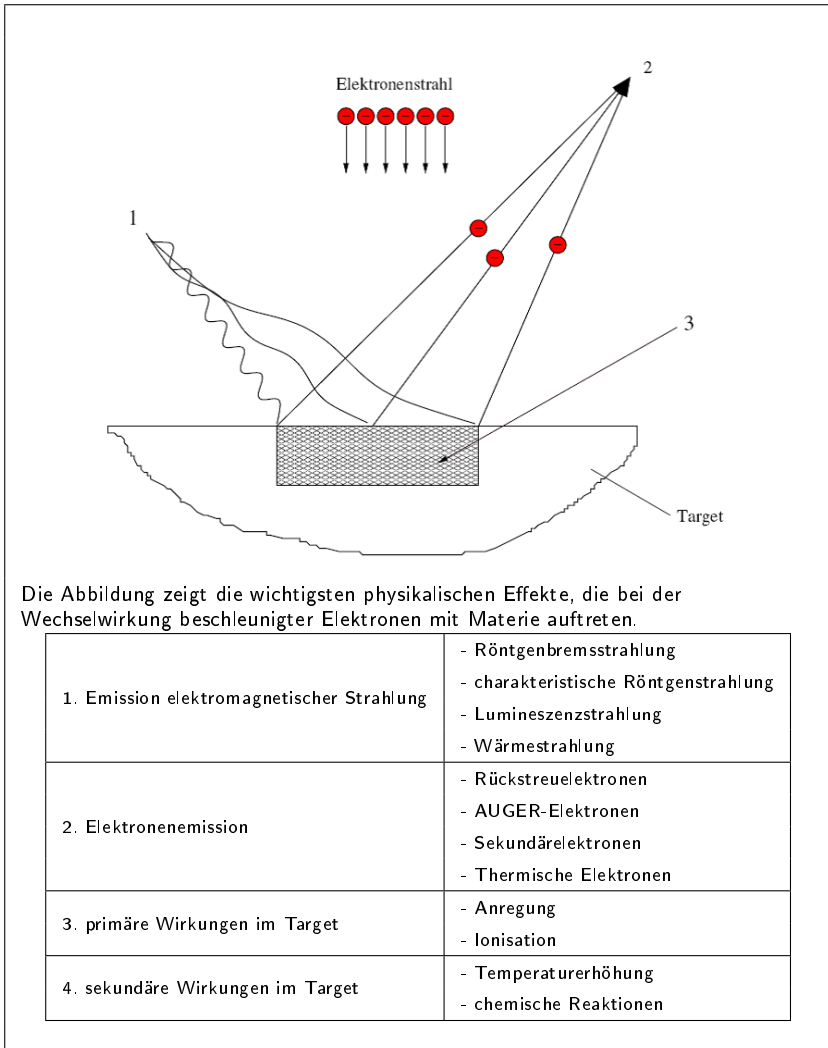
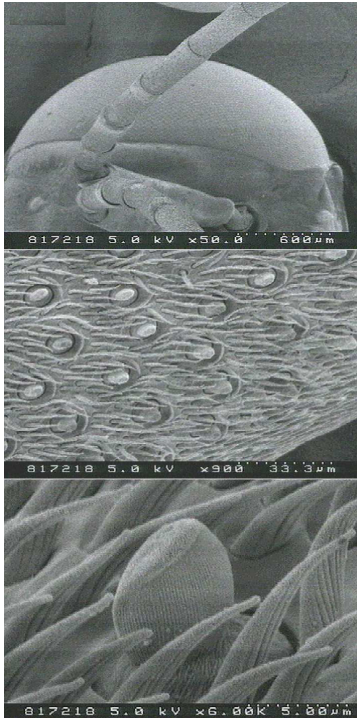


Abbildung 3.6: Wechselwirkung von Elektronen mit Materie nach(author?) (13)



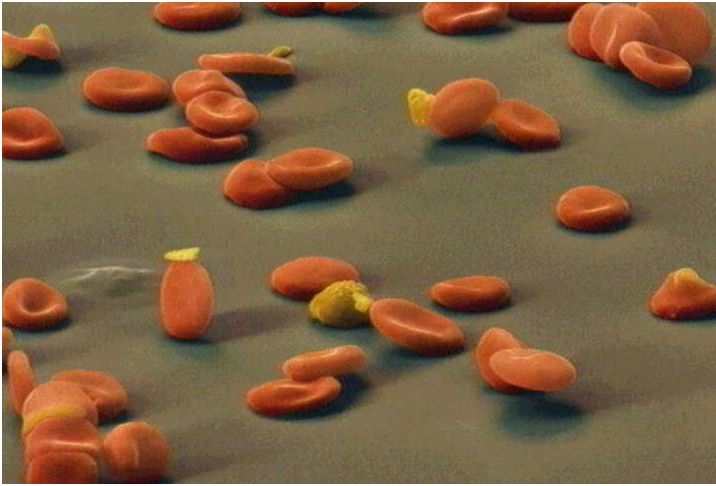
Auf dieser elektronenmikroskopischen Aufnahme sind Viren zu erkennen, die sich in einer Zelle entwickelt haben, nachdem diese von einem Virus befallen wurde.

Abbildung 3.7: Mikroskopische Aufnahme von Viren



Diese Serie dreier Raster-Elektronen-Mikroskop Aufnahmen von einem Insektenfühler zeigt sehr deutlich die Leistungsfähigkeit solcher moderner Mikroskopieverfahren. Auf dem ersten Bild ist deutlich der Insektenkopf mit einem Fühler und einem dahinter liegenden Auge bei einer 50 fachen Vergrößerung zu erkennen. Wenn die Vergrößerung auf einen Faktor von 900 gesteigert wird, so werden die winzigen Strukturen der Fühleroberfläche sichtbar, indem kleinste Härchen und Sinnesorganellen abgebildet werden. Ein einzelnes dieser Wahrnehmungsorganellen wird bei einer Vergrößerung von 6000 derart vergrößert, dass sich auf dessen Oberfläche neue Strukturen erkennen lassen. Der enorme Vergrößerungsbereich mit gleichbleibend guten Auflösungsseigenschaften wird durch diese Abbildungen eindrucksvoll belegt.

Abbildung 3.8: Ein Insektenfühler



Die Abbildung der Blutzellen zeigt den enormen Vorteil der Elektronenmikroskopie gegenüber der Lichtmikroskopie bezüglich der sogenannten Tiefenschärfe einer Abbildung. Je größer die Tiefenschärfe eines Abbildungssystems ist, um so größer ist der Bereich, innerhalb dessen ein reales drei dimensionales Objekt in der Richtung senkrecht zur Abbildungsebene scharf abgebildet erscheint. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Blutzellen am unteren Bildrand, welche relativ nahe an der Bildebene liegen, genau so scharf abgebildet werden, wie die am oberen Bildrand liegenden und weiter von der Bildebene entfernten Blutzellen.

Abbildung 3.9: Blutzellen

Nun kommen wir zu einem weiteren Mikroskopieverfahren, welches bis in die Bereiche atomarer Abmessungen Bilder liefert. Es ist dies die *Rastertunnelmikroskopie*. Wie der Name schon andeutet, werden auch hier, wie beim REM, Flächen abgetastet, und es sind wiederum die Elektronen, die eine wesentliche Rolle spielen. Die zugrunde liegenden physikalischen Effekte sind aber ganz andere, als die bei der Elektronenmikroskopie genutzten. Der wesentliche Effekt, der bei diesem Verfahren zur Generierung von Bildern ausgenutzt wird, ist der sogenannte *Tunneffekt*. Dieser Effekt ist genauer nur auf der Grundlage der Quantenmechanik zu verstehen.

Eines der wichtigsten mechanischen Bauteile eines RTM ist die Spitze. Dies ist ein extrem zugespitztes Drahtstückchen aus elektrisch leitfähigem Material. Wenn man eine solche Drahtspitze sieht, so vermutet man

kaum, dass dies ein besonders wichtiges Bauelement eines Mikroskops sein könnte. Das Besondere an der Spitze ist allerdings seine extreme Zuspitzung an einem Ende. Um überhaupt als Tunnelelement in einem derartigen Mikroskopsystem benutzt werden zu können, muss die Spitze im Idealfall aus nur noch einem einzigen Atom bestehen, spitzer geht es nun wirklich nicht mehr. Wenn diese Drahtspitze nun an eine ebenfalls den elektrischen Strom leitende Oberfläche angenähert wird, so kann bei angelegter elektrischer Spannung zwischen Spitze und Oberfläche bereits dann ein elektrischer Strom festgestellt werden, wenn beide noch räumlich getrennt sind, sich also in einem, wenn auch sehr kleinen, Abstand voneinander befinden. Der Strom, der dabei fließt, ist der sogenannte Tunnelstrom, und die Größe seines Betrages ist stark von der des Abstands zwischen Probe und Drahtspitze abhängig.

Die Spitze befindet sich nun fest montiert auf einem mit Piezoelementen getriebenen Schlitten, der auf einer Quarzunterlage gelagert ist. Darauf kann dieser die Drahtspitze mittels einer elektronischen Steuerung in winzigen Schritten an die Probe heranfahren. Die Spitze selbst ist zusätzlich mit einem Piezotrieb versehen, so dass sich kleinste Änderungen des Abstands ansteuern lassen. Die Rolle des Tunnelstromes besteht nun darin, dass man diesen als zu regelnde Größe innerhalb eines Regelkreises benutzt, der so ausgelegt ist, dass er beim Rastern der Probenoberfläche den Tunnelstrom auf einen konstanten Wert regelt. Das dazu notwendige Regelsignal ändert somit seinen Betrag entsprechend des Abstands zwischen Drahtspitze und Probenoberfläche und liefert somit ein Abbild der Oberflächengeometrie. Genau genommen erhält man auf diese Weise das Abbild der Elektronenverteilung an der Probenoberfläche.

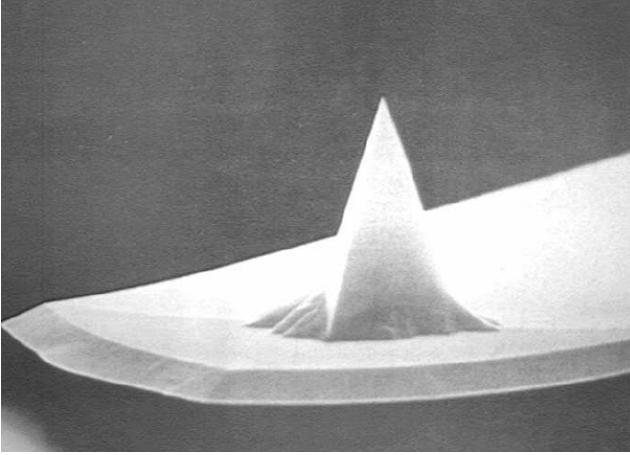
Die erreichbaren Auflösungen liegen bei solch einem System bei etwa $0,05 \cdot 10^{-10}m$ vertikal und $1 \cdot 10^{-10}m$ bis $6 \cdot 10^{-10}m$ lateral. Damit ist es möglich die Anordnung einzelner Oberflächenatome zu visualisieren. Zur Darstellung der Bilder, die ein Rastertunnelmikroskop liefert, wird das Regelsignal mittels Digitalrechner als Datenfeld während der laufenden Messung bzw. während der Rasterung gespeichert und anschließend mit einer geeigneten Software in eine bildliche Darstellung weiter gerechnet.

Eine große Problematik bei der Anwendung der Elektronen- und der Tunnelmikroskopie stellt die Anforderung dar, dass jeweils in der Regel ein

Hochvakuum notwendig ist. Dies erschwert die Handhabung der Methoden sehr, und stellt daher einen wesentlichen Nachteil dar.

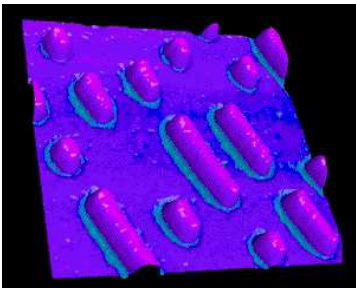
3.1.3 Kraftmikroskopie

Was haben eigentlich Kräfte und Mikroskope miteinander zu tun? So könnten wir uns fragen, wenn wir das Wort Kraftmikroskopie hören. Wir müssen uns, um eine erste Annäherung an ein Verständnis zu erreichen, vergegenwärtigen, dass der Aufbau der Materie, also aller materieller Körper um uns herum, auf grundlegenden Kräften beruht. Diese Kräfte werden auch dann bemerkbar, wenn man zwei Körper sehr stark annähert. Wie man zum Beispiel einen sehr spitzen Draht an eine Oberfläche eines Körpers annähert, das haben wir bereits beim Rastertunnelmikroskop betrachtet. Das Kraftmikroskop ähnelt dem RTM. Es besitzt eine sehr feine Spitze, die allerdings federnd montiert ist und aus Silizium besteht. Diese Spitze wird über einen kleinen Flächenbereich der Probenoberfläche gesteuert, und dabei ändert sich ihr Schwingungsverhalten in Abhängigkeit von der Größe der Kraft, die zwischen ihrem äußersten Ende und der Probenoberfläche wirksam ist. Diese Kraft wiederum ist abhängig vom Abstand zwischen Siliziumspitze und Probe, ähnlich wie auch der Tunnelstrom beim RTM. Auch die Idee einer Regelung wird beim Kraftmikroskop wie auch beim RTM umgesetzt, so dass letztlich Bilder entstehen, die eine Art Höhenprofil über dem gescannten Flächenausschnitt der Probenoberfläche darstelle



Eine neue Gruppe von Mikroskopen benutzt nicht mehr Licht, sondern tastet die zu untersuchenden und vergrößert darzustellenden Oberflächen mit Hilfe ultra feiner Siliziumsensoren mechanisch ab. Im Vergleich zu den Saphirnadeln alter Schallplattenspieler ist die Siliziumnadel 1000 bis 10000 mal feiner, so dass damit bisher nicht erkennbar gewesene Oberflächenstrukturen erfasst und mit Hilfe von Computerprogrammen als virtuelle Abbildungen dargestellt werden können. Auf diese Weise können zum Beispiel Gene, Viren und Bakterien, ja sogar Atome sichtbar und der Aufbau von Nervenzellen für das menschliche Auge erkennbar dargestellt werden.

Abbildung 3.10: Eine Spitze aus Silizium:



Dies ist eine Pressform für eine CD-ROM mit Hilfe der Kraftmikroskopie aufgenommen. Die einzelnen Pits sind als Erhebungen deutlich zu erkennen.

Abbildung 3.11: CD-ROM Pressling



Abbildung 3.12: DNS-Molekül

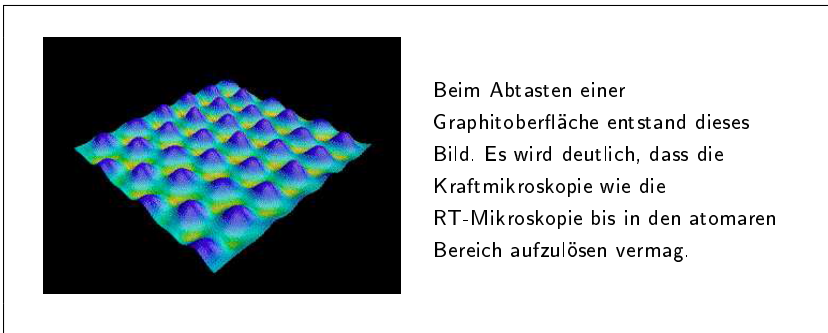


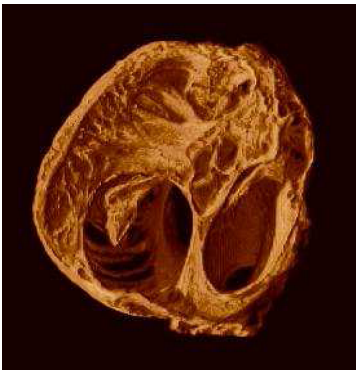
Abbildung 3.13: Graphitoberfläche

Bis hier dürfte deutlich geworden sein, wie leistungsstark moderne Mikroskopsysteme geworden sind. Bilder von manchmal beeindruckender Schönheit eröffnen uns damit Einblicke in die Welten der kleinsten belebten und nicht belebten Strukturen. Und sie sind somit für Wissenschaftler unterschiedlichster Disziplinen von sehr großem Wert für ihre Forschung und Untersuchungen.

3.1.4 Bilder aus dem Innern des Lebendigen

Noch ein weiteres Verfahren wollen wir uns ansehen, welches insbesondere in der Medizin eine Bedeutung erlangt hat. Es handelt sich um die *Kernspintomographie*. Mit einem solchen Analysesystem erhält man zwar

keine nennenswerten Vergrößerungen von Untersuchungsobjekten, aber es erlaubt eine bildliche Darstellung vom Inneren lebender Objekte. So kann zum Beispiel der gesamte menschliche Körper oder Teilbereiche erfasst werden, so dass als Ergebnis zweidimensionale Schnittbilder durch den Körper oder dreidimensionale perspektivische Darstellungen einzelner Organe bzw. Körperteile möglich sind. Der hierzu genutzte physikalische Effekt ist die magnetische Resonanz. Auf weitere Details wollen wir an dieser Stelle nicht weiter eingehen. Die Bilder 3.14 - 3.16 zeigen jedoch eindrucksvoll die Leistungsfähigkeit solcher moderner bildgebender Geräte. Gewebedifferenzierungen, die bei diesem Verfahren möglich sind, führen zu aufschlussreichen Bildern aus dem Körperinneren, die zu diagnostischen Zwecken ausgewertet werden können.



Auf diesem Bild ist das menschliche Herz in einer mit Hilfe des Computers auf der Basis von Daten der Kernspintomographie berechneten 3D-Rekonstruktion perspektivisch zu sehen.

Abbildung 3.14: 3D-Herz

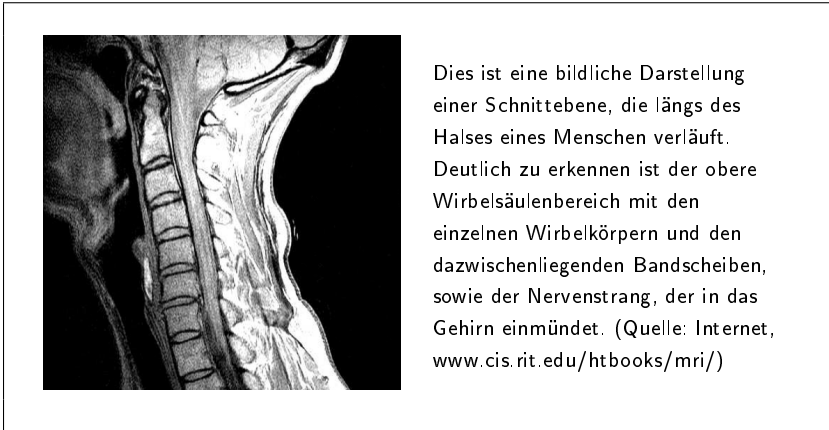


Abbildung 3.15: Die Halswirbel im Längsschnitt

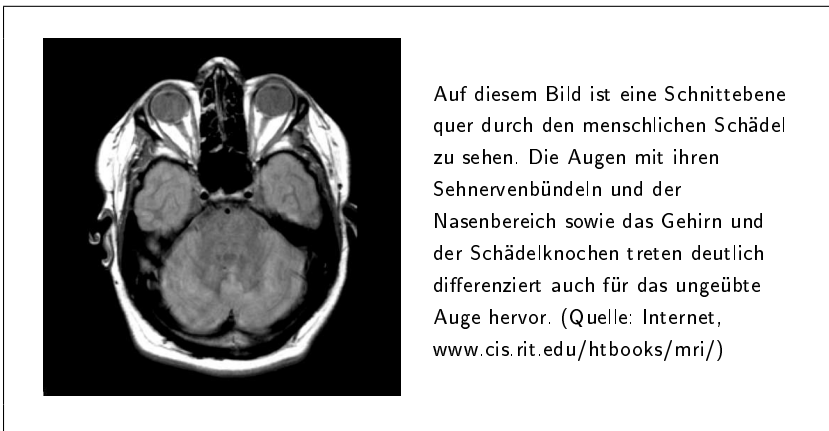


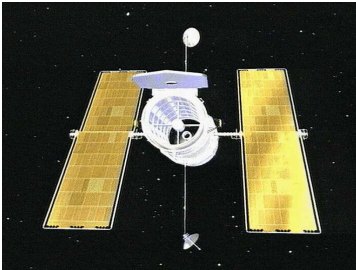
Abbildung 3.16: Ein Blick in den menschlichen Schädel

3.1.5 In die Ferne sehen

Mein erster Blick durch ein Fernglas ist mir gut in Erinnerung. Was ich beim Blick durch das Glas empfand war eine Art Überraschung. Wie war das nur möglich, dass ich die entfernten Gegenstände beim Blick durch dieses Gerät plötzlich so nahe und mit ausgezeichneter Schärfe betrachten konnte? Diese Frage drängte sich mir unwillkürlich auf.

Die technische Entwicklung des *Teleskops* hat, wie die anderer technischer Instrumente auch, ihren spezifischen Entwicklungsgang, an dem

viele Techniker und Wissenschaftler ihren persönlichen Beitrag leisteten. Heute stehen uns eine Vielzahl unterschiedlicher Teleskopkonstruktionen zur Verfügung mit einer noch weitaus vielfältigeren Variation von unterschiedlichen Leistungsmerkmalen, angefangen beim einäugigen Fernrohr mit Teleskoptubus über den zweiäugigen Prismenfeldstecher bis hin zu modernen Weltraumteleskopen. Alle Varianten erlauben es, unseren Gesichtssinn über die ihm gesetzte natürliche Grenze der Fernsicht sozusagen zu verlängern. Insbesondere Teleskope, die speziell für die Himmels- bzw. Weltraumbeobachtung entwickelt wurden, haben uns Bilder von atemberaubender Schönheit und mit wichtigen neuen Informationen für die Wissenschaft geliefert. Das Weltraumteleskop Hubble steht dabei mit an der Spitze moderner Teleskoptechnologie. Da es außerhalb der Erdatmosphäre im Raum schwebt, ist ein wesentlicher Störfaktor bei der Beobachtung ausgeschlossen worden, so dass seine Bilder von hervorragender Qualität sind.



So etwa muss man sich das Hubble-Teleskop im Weltall schwebend vorstellen. Auf dem Computerbild sieht man direkt in die geöffnete Röhre, in welcher die Optik untergebracht ist. Das Teleskop erhält Steuerbefehle von einer auf der Erde befindlichen Zentrale, und es sendet seine Bilddaten dorthin zurück, wo diese Datenmengen weiterverarbeitet werden.

Abbildung 3.17: Das Hubble Space Telescope



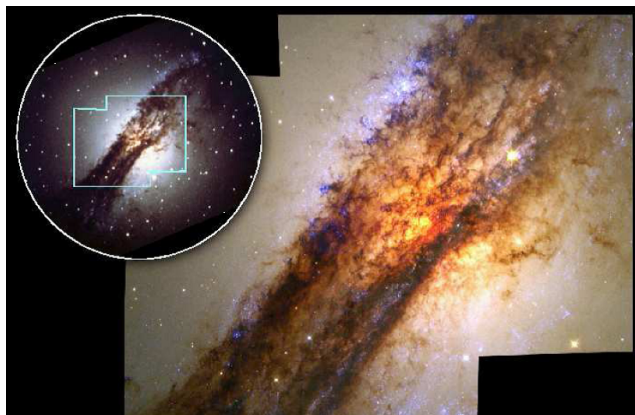
Diese NASA Aufnahme vom Hubble Teleskop zeigt einen neugeborenen Doppelstern mit einem langen, dünnen Nebelstreifen, der zu einem schwach leuchtenden Begleitobjekt verläuft, welches der erste direkt beobachtete extrasolare Planet sein könnte.

Die hellsten Objekte auf diesem Bild sind die beiden Sterne, die eine ausgedehnte Wolke aus Gas und Staub von innen her beleuchten, aus der sich die Sterne gebildet haben. Diese Wolke ist so beschaffen, dass eine Beobachtung der Sterne bei den normalen optischen Wellenlängen nicht möglich ist. Strahlung im Infrarot Bereich jedoch durchdringt Gas und Staub und enthüllt die Sterne im Innern. Links unten ist ein Punkt zu erkennen, der viele male schwächer leuchtet als der Doppelstern.

Theoretische Berechnungen weisen darauf hin, dass dieser Begleiter zu schwach leuchtet, um ein gewöhnlicher Stern zu sein; statt dessen könnte es sich um einen Kandidaten für einen Planeten mit der mehrfachen Masse des Jupiter handeln. Der Abstand zwischen dem vermuteten Planeten und dem Doppelstern beträgt etwa das 1400-Fache des Abstands zwischen der Erde und unserer Sonne. Der vom Doppelstern zu seinem Begleiter gerichtete Nebelstreifen könnte ein Hinweis darauf sein, dass das Objekt vom Sternensystem ausgestoßen wurde.

Diese Aufnahme wurde am 4. August 1997 mit der Kamera für das nahe Infrarot gemacht. Das Sternensystem bekam den Namen TMR-1 und der Planet wurde TMR-1C getauft. Das System ist 450 Lichtjahre von uns entfernt. (Quelle: Internet, Office of Public Outreach, Photo Release, 3700San Martin Drive, Baltimore, MD21218, Photo Nr.: STScI-PRC98-19)

Abbildung 3.18: Ein neuer Doppelstern



Diese Abbildung zeigt eine Aufnahme der unserer Milchstraße am nächsten gelegenen Galaxie, die den Namen Alpha Centaurus trägt und etwa 10 Millionen Lichtjahre von uns entfernt ist.

Oben links sieht man eine von einem Erdteleskop gemachten Aufnahme der Galaxie, und das große Bild ist eine Aufnahme des HST, auf dem das selbe Objekt näher und mit gesteigerter Auflösung dargestellt ist. Die hellblauen Stellen werden als Geburtsorte neuer Sterne angesehen.

Das Bild setzt sich aus zwei Aufnahmen des HST zusammen, aufgenommen mit der Weitfeld-Planetenkamera 2 am 1. August 1997 und am 10. Januar 1998. Die nahezu natürlichen Farben setzen sich aus Bildern zusammen, die im blauen, grünen und roten Spektralbereich gemacht wurden. Es werden noch Details bis hinab zu einem Durchmesser von etwa 5 Lichtjahren aufgelöst. (Quelle: Internet, Office of Public Outreach, Photo Release, 3700San Martin Drive, Baltimore, MD21218, Photo Nr.: STScI-PRC98-14a)

Abbildung 3.19: Eine Nachbargalaxie

3.1.6 Nicht für unsere Ohren bestimmt

Der Gesichtssinn ist derjenige, über den wir die größte Informationsmenge aus der Welt aufnehmen und verarbeiten, und wir haben in den vorangegangenen Ausführungen eindrücklich gesehen, wie sehr die Wissenschaft und Technik bemüht ist gerade diese Sinneswahrnehmung zu verbessern bzw. zu erweitern.

Wie steht es aber mit unserem Gehör? Aus den vielfältigen Schallereignissen um uns herum nehmen wir auch nur einen Bruchteil wahr, weil

entweder die Schallenergie zu gering ist oder weil die Frequenzen der Luftschwingungen außerhalb des hörbaren Bereiches liegen. dass es jedoch jenseits dieser uns von der Natur auferlegten Grenzen durchaus Geräusche und Laute gibt, dürfte jedem bekannt sein. Von Hunden zum Beispiel wissen wir, dass sie aufgrund ihres spezifischen Gehörs in der Lage sind Schallfrequenzen wahrzunehmen, die oberhalb des menschlichen Gehörspektrums liegen. Gewisse Arten von Fledermäusen benutzen zur Orientierung ihres Fluges in der Dunkelheit ein Ortungsprinzip, welches auf der Aussendung von Ultraschalltönen beruht. Und wie verhält es sich mit den Fischen? Sind sie wirklich so stumm, wie es im Sprichwort impliziert wird. Durch Unterwassermikrofone, sogenannte Hydrofone, konnte der Nachweis erbracht werden, dass dem nicht so ist. Ganz im Gegenteil stellt sich das Leben unter Wasser als erfüllt von mannigfaltigen, von den Lebewesen dort hervorgebrachten, Lauten heraus. Mikrofone sind im Grunde Schallwandler. Sie transformieren Schallenergie in elektrische Energie, erzeugen also aus Schallwellen elektrische Signale, die dann weiterverarbeitet werden können. Da diese Schallwandler viel empfindlicher ausgelegt werden können als unsere Hörorgane, ist es mit ihrer Hilfe möglich jenseits unserer Hörgrenzen zu lauschen. Also auch hier ist es durch ausgetüftelte technische Systeme möglich geworden die Grenzen unserer Wahrnehmung zu überwinden und dadurch zu tieferen Einsichten in die Natur zu gelangen.

3.1.7 Schall im Draht

Eine der wesentlichen Eigenarten des Menschen ist die Kommunikation mittels der Sprache. Diese ist aber, wenn wir ihre geistige Komponente einmal außer Acht lassen, aus physiologisch physikalischer Sicht nichts weiter als das Erzeugen von Sequenzen sehr spezifischer Schallereignisse. Diese natürliche Kommunikation kann allerdings durch Überlagerungen von Störgeräuschen oder einfach nur dadurch, dass die Kommunikationspartner zu weit voneinander entfernt sind, gestört oder sogar gänzlich unmöglich werden.

Mit der Möglichkeit, Schallwellen in elektrische Signale und diese wieder zurück in Schallwellen zu wandeln, war die Entwicklung der *Telekom-*

munikation eine naheliegende Konsequenz. Das Telefon, mittlerweile bereits eine Selbstverständlichkeit, hat uns die Möglichkeit eröffnet, unsere Sprache selbst über größere Entfernungen hinweg zu transportieren. Gerade in der momentanen Entwicklung der Telekommunikation zeichnet sich eine Revolution ab, da dieser Zweig der Elektrotechnik immer mehr auf der Grundlage der Digitaltechnik betrieben wird. Informationen aller Art wie Sprache, Bilder, Texte usw. werden vor der Übertragung auf einem Trägermedium in einen digitalen Datenstrom gewandelt und dann erst übertragen. Dies bringt besonders im Zusammenhang mit den Möglichkeiten, die der Computer bietet, neue Möglichkeiten der Vernetzung von informationsverarbeitenden Anlagen. Man denke zum Beispiel an die Computervernetzung bis hin zum Internet, das sich immer weiter entwickelt und wächst und mittlerweile ein enormer Informationspool geworden ist. Ein weiteres eindrucksvolles Beispiel ist die Telefonie zwischen Stationen, die zwar zentral vermittelt werden aber keine feste Verdrahtung mehr benötigen. In naher Zukunft werden auch die Ausstrahlungen von Radio- und TV-Signalen rein digital bewerkstelligt werden. Wenngleich die historische Entwicklung dieser Technologien relativ kurze Zeitabschnitte benötigte, so ist dennoch die Komplexität dieser Technologien sehr groß.

3.1.8 Jakobs Krönung oder Melitta Auslese?

Haben Sie schon einmal versucht ihren Lieblingskaffee, vorausgesetzt Sie sind Kaffeetrinker, am Geruch des Pulvers zu erkennen? Schon möglich, dass der ein oder andere dazu in der Lage ist. Aber normaler Weise können die meisten Menschen den Geruch von frischem Kaffee sehr wohl nicht aber die Kaffeeseite erkennen. Diese Leistung jedoch wird in zunehmend besserem Maße von künstlichen Geruchsdetektoren erbracht. Es handelt sich bei diesen künstlichen Nasen um die Zusammenschaltung vieler einzelner Sensoren, von denen jeder für eine ganz bestimmte Molekülart sensitiv ist. Derart aufgebaute Sensorsysteme sind in der Lage spezifische Molekülartengemische, die als Gas oder in Lösung vorliegen, und die auch unseren Geruchs- und Geschmacksempfindungen zugrunde liegen, zu erkennen. Somit ist eine künstliche Erweiterung des Geruchs- und des Geschmackssinnes möglich, und es ergeben sich vielfältige reiz-

volle Anwendungen. Dazu aber später noch mehr.

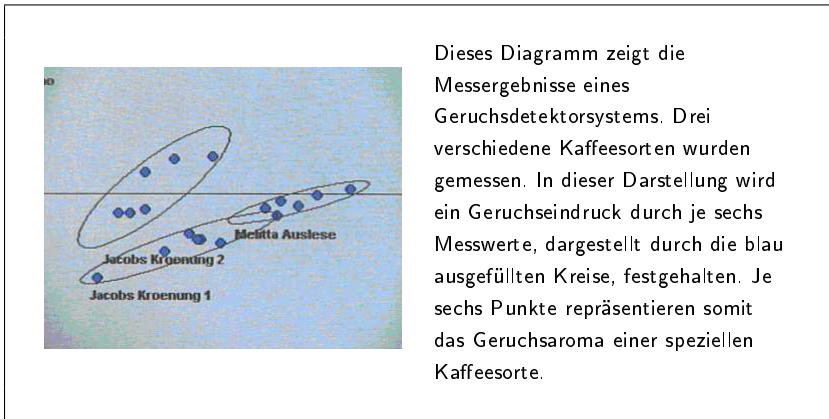


Abbildung 3.20: Messergebnis eines Geruchssensors

3.1.9 Fühlen ohne Berührung

Zuletzt wollen wir auch noch erwähnen, dass auch die Sinnesleistungen unseres Tastvermögens in der Technik ihre Nachahmung finden. Druck- und Näherungssensoren bilden dafür die Grundlage. Mittels moderner elektronischer Näherungsdetektoren ist es sogar möglich Berührungen, noch bevor sie tatsächlich passieren, vorauszuahnen und ein System entsprechend darauf reagieren zu lassen. Solch eine Einrichtung kann bewegte Geräte zum Beispiel vor ungewollten Kollisionen schützen.

3.2 Sinnliche Technik

Innerhalb der Technik hat sich ein Bereich herauskristallisiert, der unter der Bezeichnung *Sensorik* bekannt ist. Worum geht es darin? Nun, wie der Name Sensorik schon ausdrückt beschäftigen sich die Menschen, die auf diesem Gebiet tätig sind, mit technischen Systemen, die irgendwelche physikalischen Größen aufnehmen können und damit eine Art sinnlicher Wahrnehmung nachbilden. Die Produkte, die hier entwickelt werden, sind die sogenannten Sensoren. Sie finden ihren Einsatz in der

Mess- und Regelungstechnik, in der Prozesstechnik, in Überwachungs- und Aufzeichnungssystemen oder in der Robotik. Sensoren leisten nicht das, was wir unter einem Sinneseindruck erfahren, wie er uns mittels unserer Sinneseinrichtungen vermittelt wird. Sie dienen vielmehr dazu physikalische Größen, wie elektromagnetische Strahlungen, Temperaturen, Drücke, Beschleunigungen, Geschwindigkeiten, Entfernungen, Stoffe in Gasen und Flüssigkeiten oder auch einfach nur Zustände eines technischen Systems zu erfassen und gegebenenfalls quantitativ zu ermitteln. Gerade wenn es darum geht eine physikalische Größe quantitativ zu erfassen, zeigen die technischen Sensoren ihre Stärke.

Nehmen wir als Beispiel einmal die Temperatur als zu bestimmende Größe. Unsere körpereigene Sensorik vermittelt uns über die Haut die Temperatur eines Körpers oder der uns umgebenden Luft lediglich als eine Empfindung, die wir als warm, kalt, heiß usw. bezeichnen. Dies ist im Grunde auch vollkommen ausreichend, denn ob eine Herdplatte eine Temperatur von 190°C oder 200°C hat, ist unerheblich, wenn es darum geht sich vor der mit einer direkten Berührung der Platte verbundenen Verletzungsgefahr zu schützen. Es reicht dann zu wissen, dass die Platte eben heiß ist. Dagegen ist es durch ein mit einem entsprechenden technischen Sensor ausgestatteten Systems möglich, die Temperatur bezüglich z.B. der Celsius-Skala recht genau anzugeben. Das Sensorsystem liefert also genaue Temperaturwerte am Messort. Dies ist für genauere wissenschaftliche Untersuchungen oder auch für die Temperaturüberwachung innerhalb von Prozessabläufen unerlässlich. Ähnliches gilt ebenso für Sensoren zur Aufnahme anderer Größen.

Um einen Eindruck von diesen technischen Gebilden zu bekommen betrachten wir die Bilder 3.21 3.22 und 3.23.



Abbildung 3.21: Ein Temperatursensor



Abbildung 3.22: Ein Lichtsensor

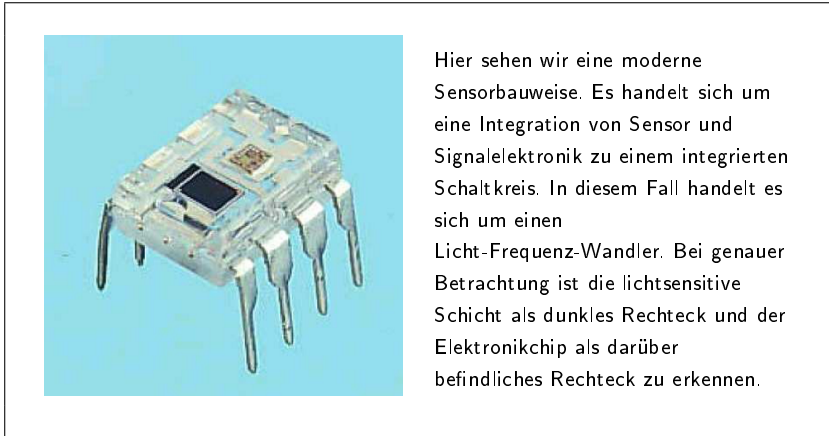


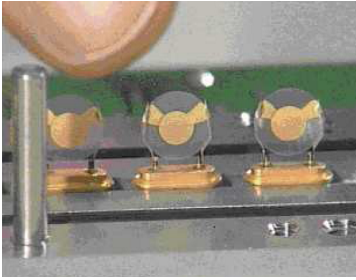
Abbildung 3.23: Ein integrierter Lichtsensor

Sensoren sollen nicht nur eine bloße Erweiterung unserer Sinne ermöglichen. Ihre Bedeutung in den Systemen, in die sie integriert sind, liegt in der Hauptsache darin, als äußerstes Glied sozusagen die Verbindung zur Außenwelt herzustellen, indem sie bestimmte physikalische Größen detektieren und dem nachgeschalteten System für die Weiterverarbeitung zuführen. Ein solches System kann zum Beispiel ein Regelkreis sein, durch den gerade diese physikalische Größe im Außenraum oder in einem zu regelnden System auf einen vorgegebenen Wert nachgeregelt wird. Wir wollen aber auf technische Details solcher Steuer- und Regelungssysteme an dieser Stelle nicht weiter eingehen. Was uns interessiert sind ja die Bestrebungen nun gerade doch die Grenzen unserer Sinnesleistungen zu erweitern, wie es die oben angeführten Erläuterungen über die optischen Geräte bereits eindrucksvoll gezeigt haben, auch mit Hilfe von modernen Sensorsystemen.

Schauen wir uns einmal als Beispiel unseren Geruchssinn an. Wenn wir einen Geruch wahrnehmen, so ist dies ein Eindruck, den wir nur wenig differenziert erfahren. Das bedeutet, es ist uns nicht möglich ein Geruchsstoffgemisch, welches z.B. eine gerade geschälte Orange verströmt, nach seinen einzelnen Bestandteilen zu unterscheiden. Mit anderen Worten, eine Orange, die ich gerade schäle, riecht nun mal so, wie sie das immer tut. Unsere Sinneswahrnehmung erlaubt es uns zwar einen Geruch, den wir einmal wahrgenommen haben, als Gesamteindruck zu speichern

und wiederzuerkennen, aber wir können solche Eindrücke kaum quantitativ differenziert beurteilen. Für unser Überleben ist es auch nicht von Bedeutung eine differenzierte Geruchswahrnehmung zu besitzen. Der Gesamteindruck eines Geruchs liefert uns die Information, die wir wirklich benötigen, um aufgrund dieses Eindrucks richtige Entscheidungen zu treffen. So ist es zum Beispiel wichtig, dass ich einen Apfel, der einen fauligen Geruch verbreitet, besser nicht verspeise. Es ist diesbezüglich völlig ausreichend das Geruchsattribut faulig richtig zu erkennen. Welche Geruchsstoffe in welcher Zusammensetzung im gegebenen Fall den fauligen Geruch verursachen ist nicht wichtig für uns.

Wir hatten ja bereits gesehen, dass diese Leistungen, Größen differenziert und quantitativ zu erfassen, von den technischen Sensoren viel besser erbracht werden, als von ihren biologischen Pendanten. Die moderne Sensorik aber geht heute einen Weg Systeme zu verwirklichen, die den natürlichen Sinnesleistungen immer näher kommen. Das heißt, man ist bestrebt, Sensorsysteme zu realisieren, die nicht mehr nur das Vorhandensein und die Konzentration von Gasen detektieren, sondern ähnlich wie unsere Nase, einen Geruch als Gesamteindruck aufnehmen und als Datenmuster abspeichern können. Damit ist es dann möglich mit solchen Systemen zum Beispiel einen frischen Apfel von einem bereits angefaulten Apfel oder sogar verschiedene Sorten zu unterscheiden. Vielleicht wird diese Entwicklung es uns irgendwann sogar erlauben künstliche Nasen herzustellen, die uns z.B. bei der Beurteilung von Lebensmitteln einen großen Wert erweisen werden. Solche Kunstnasen können nicht verschluckt sein, sie können auch so konzipiert werden, dass sie durch überlagernde Gerüche nicht irritiert werden, zudem unterliegen sie auch keinem Ermüdungs- oder Gewöhnungseffekt, wie wir das von unseren Sinnen her kennen. Es wäre sogar denkbar, dass solche Sensoren in der Lage sind, Tee- oder Kaffeesorten oder Mischungen zu erkennen. Zur Zeit realisierte Sensorsysteme für diese Zwecke werden z.B. auf Schwingquarz- oder Halbleiterbasis hergestellt, wie sie auf den Bildern 3.24 3.25 und 3.26 zu erkennen sind.



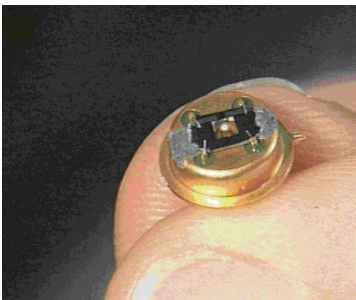
Zu erkennen sind auf diesem Foto drei Schwingquarzsensoren, wie sie bei der Herstellung von *künstlichen Nasen* eingesetzt werden. Jeder der einzelnen Quarze dient zur Detektion einer ganz bestimmten Substanz. In der Zusammenschaltung vieler solcher Detektoren entsteht ein künstlicher ›Geruchseindruck‹.

Abbildung 3.24: Schwingquarzsensoren



Es ist hier die Metallkapselung eines Halbleitergassensors mit Gaseinlass zu sehen.

Abbildung 3.25: Gassensor im Gehäuse



So sieht der eigentliche Gassensor aus, der sich innerhalb der Metallkapsel befindet, die auf dem Foto der Abbildung 3.25 zu sehen ist. Eine Zusammenschaltung mehrerer solcher Sensoren kann, ebenso wie die Schwingquarzsensoren, als künstliche Nase aufgebaut werden.

Abbildung 3.26: Gassensor

Denkbar ist auch eine Entwicklung, die dahin geht mit entsprechenden

Sonden ausgestattete Roboter zu konstruieren, die in der Lage sind die Umwelt, in der sie sich befinden, auf deren Lebensbedingungen hin zu analysieren, wie es ja in der Raumfahrt bereits im Einsatz befindliche Erkundungsfahrzeuge bewerkstelligen. Die Aussagefähigkeiten solcher Fernerkundungssysteme könnten zukünftig noch um ein Vielfaches verfeinert und damit verbessert werden, wenn man sie mit entsprechenden Sensoren ausstattet. Die Vorstellung, dass wir eines Tages auf anderen Planeten, wenn auch nur mit künstlich geschaffenen Sinnen anwesend sind, ist dann gar nicht mehr so abwegig.

Aber wir müssen gar nicht so sehr in die Ferne schweifen, um sinnvolle Anwendungen moderner Sensoren zu erkennen. So werden z. B. Arbeitsgeräte, um nicht zu sagen Roboter, konstruiert, die ihre Arbeit an unzugänglichen oder für den Menschen sehr gefährlichen Orten verrichten können. Sie sind mit Sensoren zur Orientierung ausgerüstet und können in gewissem Maße selbständig agieren. Man denke diesbezüglich z. B. an Roboter, die man in Abflusskanäle oder in Pipelines schickt, um dort Wartungsarbeiten und dergleichen auszuführen. Nach dieser Aufzählung wollen wir nun aber anhand einiger Beispiele noch ein wenig konkreter werden.

3.2.1 Sensoren: Tendenz zur Miniaturisierung

Im Bereich der Elektronik hat sich der Trend zu immer kleineren Strukturen im Laufe der technologischen Entwicklung immer deutlicher abgezeichnet. Neuerdings werden aber auch mechanische Systeme mit immer kleineren Abmessungen produziert. Solche Systeme dienen unter anderem auch als Sensorelemente. Wir wollen in diesem Zusammenhang einmal eine moderne Entwicklung näher betrachten. Es geht dabei um die Messung von Beschleunigungen. Wir selbst, oder besser gesagt, unser Körper registriert es, wenn er beschleunigt wird. Jeder, der in einem Auto fährt, bemerkt diese Empfindung, wenn das Fahrzeug beschleunigt oder abgebremst wird. Die Dabei auftretenden Kräfte übertragen sich auf die mitbewegten Insassen. Aus der Sicht der Physik ist eine Beschleunigung nichts anderes als eine Geschwindigkeitsänderung über der Zeit. Um nun Beschleunigungen technisch erfassen zu können, werden miniaturisierte

mechanische Strukturen aufgebaut, die die Umsetzung von Beschleunigungswerten in elektrische Signale ermöglichen. Die Abbildung 3.27 zeigt ein solches mechanisches Sensorelement

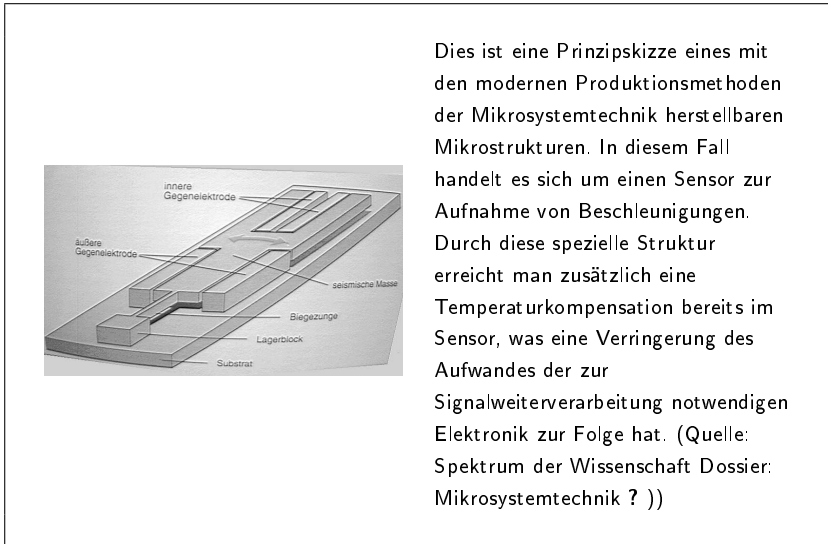


Abbildung 3.27: Mikrosensor

Auf der Abbildung 3.27 ist zu erkennen, wie es den Entwicklern gelungen ist die mechanische Struktur und das elektrische Verhalten des Sensors so miteinander zu kombinieren, dass die geforderte Umformung einer physikalisch mechanischen Größe in ein elektrisches Signal sich beinahe von selbst ergibt. Ein federnd angeordnetes Element wird aufgrund einer auftretenden Beschleunigung aus seiner Ruhelage ausgelenkt. Da dieses Element zugleich eine Elektrode eines Kondensators darstellt, ist mit seiner Auslenkung zugleich eine Kapazitätsänderung verknüpft. Diese Kapazitätsänderung kann nun zur weiteren elektrischen Signalverarbeitung herangezogen werden. Mit einer solchen Anordnung ist es möglich Beschleunigungen in einer der drei Raumrichtungen zu messen. Kombiniert man nun drei solcher Elemente, die entsprechend geometrisch orientiert sind, so ist eine Beschleunigungsmessung in allen drei Richtungen und somit also in allen Raumrichtungen möglich. Die winzigen Abmessungen erlauben eine Integration solcher Elemente mit der Elektronik, die für die Signalaufbereitung und Weiterverarbeitung nachgeschaltet werden

muss, so dass ein sehr kompakter Aufbau des kompletten Messsystems erreicht wird. Anwendung finden solche Systeme in Autos, Flugzeugen oder allgemein in Navigationsaufgaben.

3.2.2 Aktoren

Im Zusammenhang mit technischen Sensorsystemen müssen auch die Aktoren erwähnt werden, die insbesondere ihre Bedeutung in der Steuerungs- und Regelungstechnik haben.

Was passiert eigentlich, wenn unser Körper die Umgebungstemperatur wahrnimmt, und zugleich registriert, dass dieser Temperatur das Attribut *kalt* zukommt. Da unser Organismus seine eigene Betriebstemperatur von etwa 37°C aufrechtzuerhalten sucht, muss er geeignete Mechanismen besitzen, mit denen er diese Aufgabe bewältigt. Wenn es uns zu kalt wird, dann beginnen wir zu zittern. Das heißt, unsere Muskulatur beginnt rhythmisch zu kontrahieren. Dadurch wird im Gewebe Wärmeenergie frei, so dass die Körpertemperatur durch die äußere kalte Umgebung nicht zu stark absinkt. Damit ist ein Regelverhalten beschrieben, welches in lebenden Organismen in vielfältiger Form realisiert ist.

Solche Regelmechanismen werden in der Technik schon seit langem aufgebaut, um entsprechende Systeme zu regeln. Dabei werden Sensoren benötigt, mit denen bestimmte Größen in einem System zunächst einmal gemessen werden können. Um eine solche Größe auf einem vorgegebenen Wert zu stabilisieren, benötigt man zusätzlich Aktoren oder Stellglieder, die nun ihrerseits die zu regelnde Größe im System entsprechend beeinflussen. Somit können technische Systeme realisiert werden, die nicht nur einfach beobachtet werden, sondern denen man auch ein spezielles Verhalten aufprägen kann. Es ist an dieser Stelle anzumerken, dass diese technologischen Entwicklungen sehr in den Anwendungsbereich zielen, während es uns ja mehr um die reine Erforschung und nicht so sehr um den technischen Nutzen geht. Wir werden darum im Folgenden sehen, wie auch solche Produkte der modernen Technologie - Sensoren, Aktoren, Regel- u. Steuersysteme usw. - dabei helfen, eine tiefere Erkenntnis von der Welt zu bekommen.

3.2.3 Das Ganze ist mehr als die Summe seiner Teile

Den Stellenwert, den das *Raster-Tunnel-Mikroskop* hinsichtlich der Erforschung der Materie einnimmt, haben wir schon kennengelernt. Ein solches Mikroskopiersystem, wie das RTM eines darstellt, eignet sich sehr gut, um die genannten Elemente wie Sensoren Aktoren und Regelungssystem beispielhaft zu erklären. Zunächst einmal stellt das RTM selbst ein Regelungssystem dar, in dem spezielle Sensorik und Aktorik zusammenwirken, so dass die Funktionalität als Mikroskop überhaupt erst möglich wird.

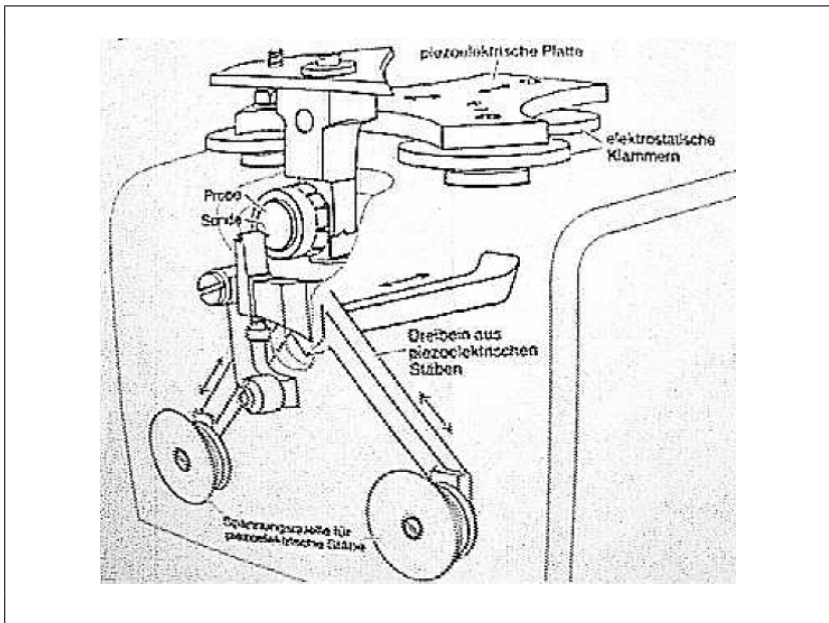


Abbildung 3.28: Schema eines Raster Tunnel Mikroskops

Wir können die Metallspitze als Sensorelement und den gesamten Piezoantrieb als Aktorelement auffassen. Diese sind im Gesamtsystem derart gekoppelt, dass der Abstand zwischen Metallspitze und Objektfläche beim Abrastern ständig auf einen konstanten Wert geregelt wird. Um diese Forderung (konstanter Abstand) zu erfüllen wird die Piezoaktorik mit entsprechenden elektrischen Signalen angesteuert. Diese Signale wiederum können zur Generierung eines Oberflächenabbildes des Objektes

herangezogen werden.

Wie passiert dies nun im Einzelnen? Stellen wir uns vor, ein zu untersuchendes Objekt (z. B. die Oberfläche eines Siliziumkristalls) sei positioniert, das RTM befinde sich zusammen mit dem Objekt in einer Hochvakuumkammer und sei grob ausgerichtet. Nun muss zunächst eine grobe Annäherung der Mikroskopspitze (Sensor) an die Oberfläche durchgeführt werden. Dazu dient der Grobantrieb der Anordnung, der durch das Piezodreibein realisiert ist. Es handelt sich dabei um einen Trägheitsantrieb, der durch eine geschickte elektrische Ansteuerung die Massenträgheit des Mikroskops in Verbindung mit Gleit- und Haftreibung ausnutzt und eine Lateralbewegung in sehr kleinen Schritten ermöglicht. Diese Grobannäherung ist im Prinzip dann abgeschlossen, wenn zum ersten mal ein Tunnelstrom zwischen dem Untersuchungsobjekt und der Metallspitze registriert werden kann. Nun kann mittels des Piezotriebes, an den die Spitze mechanisch gekoppelt ist, und der eine Bewegung in den drei Raumrichtungen ermöglicht, zum Scannen eines Flächenbereiches auf der Objektoberfläche gesteuert werden. Dies geschieht Punkt für Punkt und Zeile für Zeile, bis der maximale Bereich erfasst ist. Bei jedem neu zu erfassenden Rasterpunkt muss dafür Sorge getragen werden, dass der Tunnelstrom jeweils auf einen konstanten Wert eingestellt wird, was gleichbedeutend ist mit der Konstanz des Abstands zwischen Mikroskopspitze und Oberfläche. Man erreicht das, indem die Komponente des Piezospitzenantriebs, welche mit der Auslenkung senkrecht zur Oberfläche verbunden ist, entsprechend angesteuert wird. Die Größe dieses Signals kann für jeden Punkt in einem Rechner gespeichert und zur Berechnung eines Bildpunktes der Objektoberfläche genutzt werden. Die so gewonnenen Bilder stellen im Grunde eine Abbildung der Elektrodichteverteilung an der gescannten Oberfläche dar, was sich aus der physikalischen Deutung des Tunneleffektes ergibt. Bei der Betrachtung von RTM-Bildern kann man sich allerdings nicht des Eindrucks erwehren die Orte der einzelnen Oberflächenatome zu erkennen.

Wir können anhand dieses Beispiels eines modernen Forschungsinstrumentes sehen, wie erst das Zusammenwirken von Sensorik und Aktorik innerhalb eines geregelten Systems (Das vom Sensor aufgenommene Signal wird zurückgeführt und zur bedingten Ansteuerung der Aktoren

benutzt.) zusammen mit einer ausgeklügelten Steuerung und einer rechnergestützten Bildverarbeitung Einsichten in den Mikrokosmos bis hin zu atomaren Strukturen ermöglicht. Solche Systeme haben mit den Licht-Mikroskopen hinsichtlich ihrer technischen Realisierung kaum noch etwas gemein. Sie dienen aber letztlich dem gleichen Zweck, nämlich sehr kleine Strukturen vergrößert abzubilden und uns dadurch neue Erkenntnisse und ein tieferes Verständnis über Materialien und Stoffe und über den Aufbau der Materie zu liefern. Aber noch eines können wir hier erkennen, nämlich die Bedeutung von fachlichem Wissen und von den technologischen Produktionsmöglichkeiten, die zusammen erst die Entwicklung moderner technischer Forschungsinstrumente ermöglichen. Bei der Entwicklung des Raster-Tunnel-Mikroskops z.B. war die Kenntnis des Tunnel-Effektes, des Piezoeffektes, die Beherrschung der Hochvakuum-Technik, der Äztechnik zur Herstellung der Mikroskopspitze sowie der Einsatz von moderner Messdatenerfassung und der Regelungstechnik mittels eines Computers notwendig, damit ein Instrument, das schließlich als Mikroskop tauglich ist, durch ein raffiniertes spezifisches Zusammenwirken all dieser Effekte und Techniken realisierbar wurde. Wir sehen also deutlich, dass erst das Zusammenkommen von speziellem physikalisch-technischem Know-How und die Intention neues Wissen zu schaffen und die Welt tiefer zu erkennen die Voraussetzungen für das Schaffen neuer Instrumente ist, die es uns erlauben die von der Natur uns gesetzten Grenzen unserer Sinneswahrnehmung zu überschreiten.

Robotersysteme Wir haben nun einen kleinen Einblick in das Thema der Sensorik und Aktorik und der darauf basierenden Steuerungs- und Regelungssysteme bekommen. Wir haben dabei gesehen, wie es mittels dieser Technologien möglich wird über den reinen Anwendungsaspekt hinaus auch reine Forschungsgeräte aufzubauen, die uns bemerkenswerte Erkenntnisansätze bieten für ein tieferes Verständnis der Realität.

In der modernen Robotertechnologie werden Sensor- bzw. Regelsysteme aufgebaut, die weit mehr leisten können als nur eine Systemgröße zu steuern oder zu regeln. Solche Roboter, man nennt sie auch autonome Systeme, agieren aufgrund ihrer vielfältigen und miteinander informatisch gekoppelter Sensoren und den ihnen einprogrammierten Verhal-

tensregeln beinahe schon wie selbständig denkende Maschinen. In diesen Robotersystemen vereinen sich modernste Sensor- und Aktortechnologien, Bauelemente der Mikroelektronik sowie Software aus dem Bereich der künstlichen Intelligenz (KI). Zu den erstaunlichen Aufgaben, die solche Roboter ausführen sollen, gehören unter anderen das Erlernen und Nachvollziehen von Bewegungsabläufen (Teach-In-Systeme), das autonome Laufen in unbekanntem Terrain, zielorientierte Interaktion mehrerer Roboter (Agenten), das Erkennen von Mustern, Sprache und Gesichtern von Personen usw..

Am Lehrstuhl B für Mechanik der TU München wurde eine sogenannte Laufmaschine entwickelt. Es handelt sich dabei um eine mechanische Konstruktion, die in ihrem Aussehen an ein Insekt erinnert. Und in der Tat, bei der Realisierung dieses Roboters stand eine Stabheuschrecke Modell. Diese Laufmaschine besitzt sechs mikroprozessorgesteuerte Beine, die sie zum selbständigen Laufen auch in unebenem Gelände befähigen sollen. Jedes der Beine wird mit drei Gleichstrommotoren angetrieben und ist mit acht Sensoren ausgestattet, die dem jeweiligen Mikroprozessor die nötigen Eingangssignale liefern, so dass der Prozessor wiederum die Motoren gemäß einer speziellen Regelung ansteuert. Drei Sensoren messen die Drehwinkel an den Gelenken, weitere drei die Winkelgeschwindigkeit, ein Sensor registriert das Anstoßen eines Beines an ein Hindernis und ein weiterer erkennt, ob das Bein auf dem Untergrund aufsitzt oder nicht. Die Mikroprozessoren jedes Beines sind miteinander und mit einem siebten Hauptprozessor verbunden, so dass eine Interaktion zwischen den Beinen möglich ist. Zusätzlich ist der Rumpf der Laufmaschine noch mit einem Neigungssensor versehen, der die absolute Neigung zur Horizontalen misst. Dieses mechanisch elektronische System ist nach Vorgabe von Laufrichtung und Laufgeschwindigkeit in der Lage, in unebenem Gelände zu gehen.

3.2.4 Messen

Das Messen ist eine der grundlegenden und, ohne in die Gefahr der Übertreibung zu geraten, sicher auch eine der wichtigsten praktischen wissenschaftlichen Tätigkeiten.

Das Messen einer Physikalischen Größe stellt im Grunde nichts anderes dar, als eine gewisse Fragestellung. Hinter jeder Messung verbirgt sich zuerst die Frage nach der Maßzahl einer Physikalischen Größe. Dies können wir besser verstehen, wenn wir uns daran erinnern, dass eine physikalische Größe durch die Angabe einer Einheit und einer Maßzahl definiert werden kann. Will man nun zum Beispiel die Temperatur der Luft in einem Raum messen, so legt man durch die Verwendung einer entsprechenden Messvorrichtung bereits die Einheit der zu messenden Größe fest. Für eine Temperaturmessung heißt dies, dass unsere Messapparatur auf jeden Fall Kelvin oder Grad Celsius als Einheit anzeigen wird. Nun muss zur vollständigen Angabe der Temperatur in unserem Raum, in dem wir messen wollen, lediglich die Maßzahl bestimmt werden. Sie gibt gerade das Vielfache eines Kelvins oder eines Grades Celsius an. Wenn unser Messapparat diese Maßzahl angibt, so haben wir eine einmalige Temperaturmessung durchgeführt.

Die bloße Feststellung, wie hoch die Temperatur in einem Raum gerade ist, könnte zum Beispiel für die Überwachung im Rahmen eines Produktionsprozesses wichtig sein. Man stelle sich vor, in unserem Raum werde Schokolade gelagert. Dann ist es natürlich wichtig, dafür Sorge zu tragen, dass die Temperatur auf jeden Fall unterhalb des Wertes bleibt, bei dem Schokolade zu schmelzen beginnt. Damit dies möglich wird, muss unser Messwert nicht nur einmal, sondern regelmäßig in festgelegten Zeitintervallen gemessen und einem Regelsystem zugeführt werden. Dieses Regelsystem sorgt schließlich für die eventuell notwendige Kühlung des Lagerraumes.

Für ein mehr wissenschaftliches Interesse kann eine Temperaturmessung aber auch mit einer ganz anderen Fragestellung durchgeführt werden. Wenn wir zum Beispiel an einem tieferen Verständnis der thermischen Prozesse, die sich bei der Wechselwirkung eines Körpers mit seiner Umgebung abspielen, interessiert sind, dann könnten wir in einem Experiment den Temperaturverlauf dieses Körpers messen, nachdem dieser auf eine Temperatur weit oberhalb der der Umgebung aufgeheizt worden ist. Wir würden dann also in regelmäßigen Zeitabständen, vielleicht alle halbe Sekunde, die Temperatur des Körpers bestimmen und diesen Messwert über der Zeit festhalten. Am Ende des Experimentes, etwa dann, wenn

die Temperatur des Körpers und die der Umgebung gleich groß sind, erhielten wir schließlich eine Anzahl von Temperaturwerten und zugehörigen Zeitwerten, welche das Abkühlverhalten des Körpers repräsentiert. Diese Messwerte könnten wir zuletzt dazu benutzen, um sie mit eventuellen theoretisch mathematischen Ergebnissen zu vergleichen.

Es gibt kaum einen wissenschaftlichen Bereich, der ohne Messungen auskommt. Insbesondere in der Physik und natürlich in der Technik nimmt das Messen allerdings eine besonders wichtige Stellung ein. Heutige moderne Messgeräte basieren beinahe ausschließlich auf der elektronischen Messtechnik. Die zu messenden physikalischen Größen werden dabei immer zuerst in eine elektrische Größe (Strom oder Spannung) umgewandelt, die dann leicht mit entsprechenden elektronischen Schaltungen bzw. Geräten weiterverarbeitet werden kann bis zur geeigneten Darstellung der Messwerte.

Experimente bzw. Messungen müssen reproduzierbar sein, um als Prüfstein für eine Theorie herangezogen werden zu können. Wenn eine reproduzierbare Messung nicht mit einer theoretischen Vorhersage eines Experimentes übereinstimmt, dann gilt die Theorie als nicht bestätigt und damit auch als nicht korrekt. Dies gilt insbesondere in den exakten Wissenschaften. Daran können wir erahnen, dass es von großer Bedeutung ist, möglichst genau messen zu können. Die elektrische Messtechnik hat sich innerhalb der Ingenieurwissenschaften als eigenständiger Bereich entwickelt, und viele Ingenieure sind in der Industrie und in der Wissenschaft damit beschäftigt, Messmethoden und Messgeräte weiter zu entwickeln und anzuwenden.

3.3 Grundlegende Forschung

Betrachten wir die Grafik 3.29 auf der Seite 70. Als Ausgangspunkt wollen wir die Intention eines wissenschaftlich tätigen Menschen betrachten. Was diese Intention im Innersten ausmacht darüber könnte man an dieser Stelle spekulieren. Wir wollen aber einmal annehmen, dass es die reine Neugierde, der Wunsch nach tieferer Erkenntnis der Natur sei. Wir wollen weiter annehmen, dass unser hypothetischer Wissenschaftler sich in seinem Fach gut auskennt, er also über das notwendige Know-How und dazu

auch über das notwendige Kleingeld verfügt, um seine Absichten verwirklichen zu können. Er initiiert also eine entsprechende Entwicklungsphase in der Hoffnung ein Instrumentarium zu erhalten, welches geeignet ist, seinen Erkenntnisdrang zu befriedigen. Während der Entwicklung, die auf der Grundlage des bereits bekannten technischen und wissenschaftlichen Wissens geschieht, wird bereits neues Wissen und Können produziert. Wenn diese Entwicklungsphase positiv abgeschlossen wird, so steht an deren Ende ein oder mehrere Instrumente, die schließlich zum Forschen benutzt werden können und hoffentlich die Antworten auf die Fragen liefern, die den Wissenschaftler bewegten. Mit dem nun einmal erfolgreich entwickelten Instrument werden in der Folge viele Wissenschaftler ihre Forschungen anstellen und damit weiteres neues wissenschaftliches Wissen produzieren. Dieses Szenario beschreibt eine Art Kreislauf innerhalb der Forschung, der dazu führt, dass sich das Wissen immer weiter differenziert und damit zunimmt. Der Sinn des Forschens aber kann nun nicht alleine darin liegen, den Wissenspool der Wissenschaft und Forschung immer weiter und weiter aufzublähen.

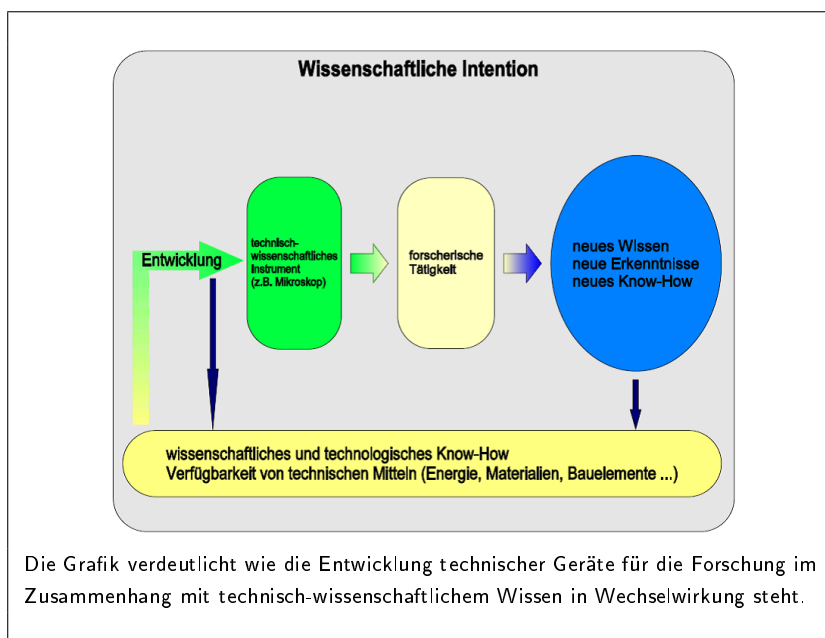


Abbildung 3.29: Wissenschaftliche Intention

Wenn es um Detailwissen geht, so mag es zwar so erscheinen, als wachse es über alle Grenzen gleichsam zu einem uferlosen Informationspool an. Die exakte Wissenschaft, und dabei insbesondere die Physik, will jedoch nicht nur einfach der Vermehrung von Wissen genügen. Sie versucht vielmehr Prinzipien aufzudecken, Gesetzmäßigkeiten, die die Vielfalt der Erscheinungen in der unbelebten Welt auf eine gemeinsame Erklärungsbasis stellen. Diesem Ziel sollen letztlich all die wissenschaftlichen und technologischen Anstrengungen dienen. Die Grafik, die wir hierzu betrachten haben muss also noch um ein Element erweitert werden, so dass eine erweiterte Grafik entsteht (Abbildung 3.30 auf Seite 71).

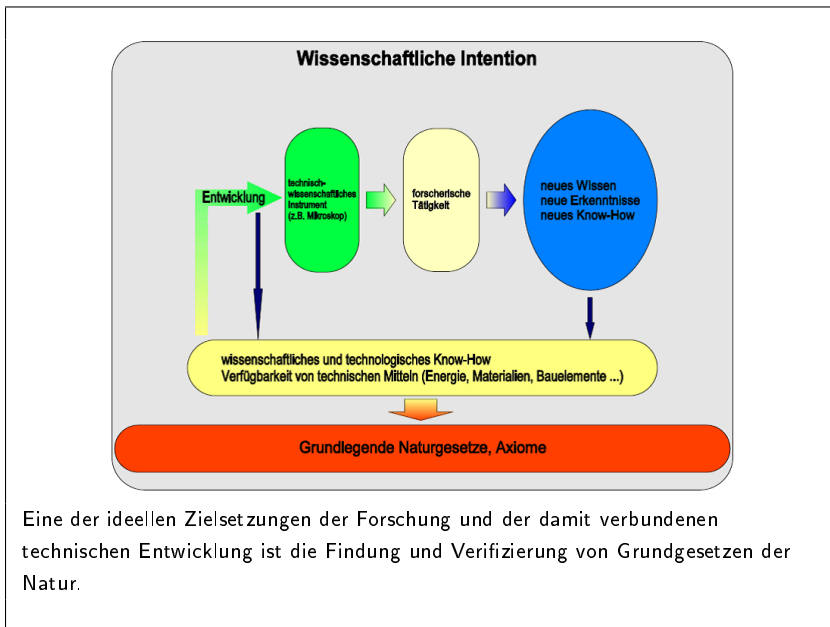


Abbildung 3.30: Wissenschaftliche Intention

Nun sind sicherlich nicht alle technischen Forschungsgeräte bzw. experimentelle Aufbauten gleichermaßen geeignet, nach Grundgesetzen der Natur zu suchen bzw. diese aufzudecken oder zu stützen. Wir wollen jedoch ein Beispiel aus der Experimentalphysik betrachten, durch dessen Ergebnisse eine Wende in den Grundlagen der Physik herbeigeführt wurde. Es handelt sich um das bekannte Experiment der beiden ameri-

kanischen Wissenschaftler Michelson und Morley, welches diese im Jahre 1887 durchführten. Dieses Experiment wurde geplant, weil die Physiker zu dieser Zeit nach dem Medium suchten, welches die elektromagnetischen Wellen tragen sollte. Die Existenz dieses Mediums war zwar noch nicht im Experiment verifiziert worden, aber dass es ein solches geben musste, daran zweifelte wohl kaum einer der damaligen Wissenschaftler, denn das mechanistische Weltbild der Physik erklärte die Ausbreitung jeglicher Art von Wellen als gebunden an irgendein materielles Medium. Nachdem man nun festgestellt hatte, dass Licht elektromagnetische Wellen sind, so musste also ein Medium existieren, welches die Ausbreitung des Lichts ermöglichte. Es wurden natürlich Spekulationen über die Beschaffenheit und die Merkmale dieses Mediums angestellt und einen Namen musste es auch bekommen. Und so begann sich der sogenannte *Äther* als Ausbreitungsmedium der Lichtwellen zu etablieren, obwohl dessen Existenz im Experiment noch nicht nachgewiesen werden konnte. Im *Michelson-Morley-Experiment* sollte nun mit Hilfe eines sogenannten Interferometers die Ausbreitung des Lichts im Äther nachgewiesen werden. Dieses Gerät ist heute noch unter dem Namen *Michelson-Interferometer* bekannt und wird unter anderem zur hochpräzisen Längenmessung eingesetzt. Die Abbildung 3.31 zeigt den schematischen Aufbau dieses Gerätes.

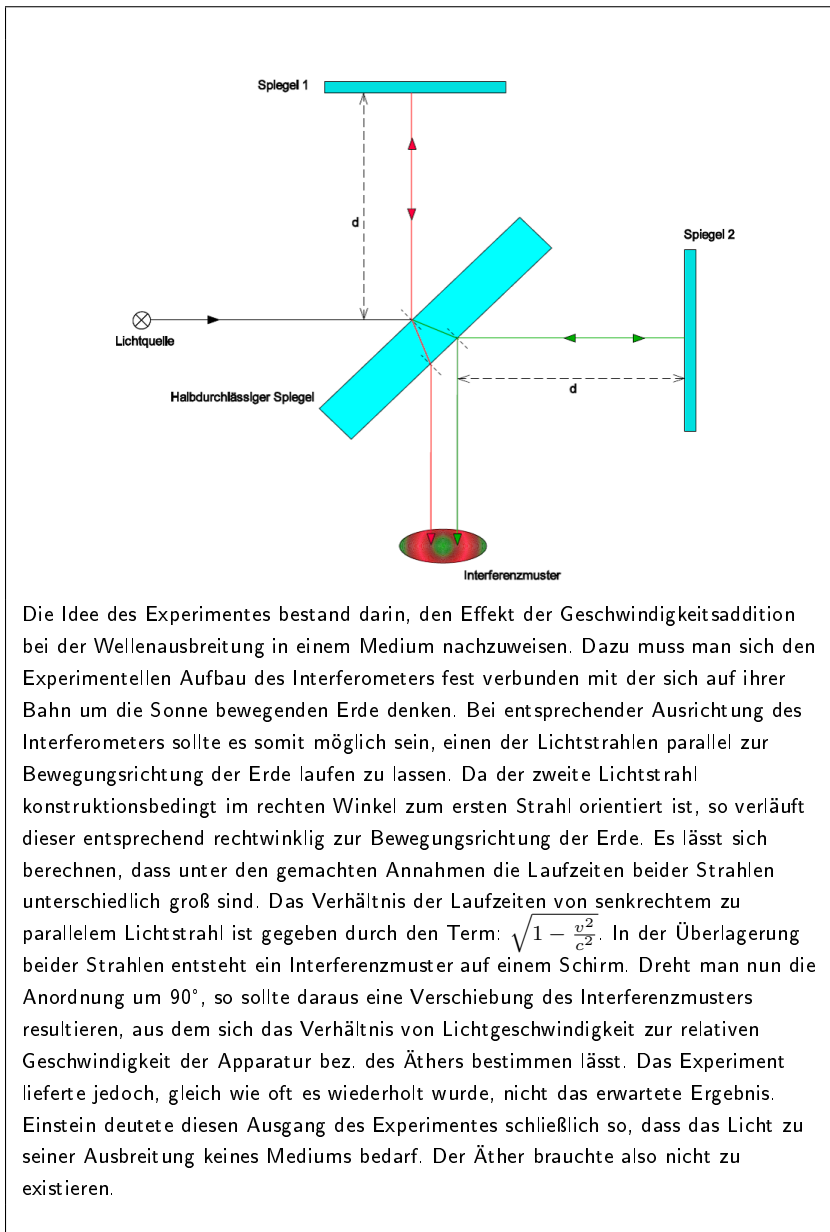


Abbildung 3.31: Prinzip eines Lichtinterferometers

3.3.1 Bewegung in Zeit und Raum

Wie wichtig Experimente sind, wenn es um die wissenschaftliche Untersuchung der Natur geht, das ist in keiner Disziplin von so fundamentaler Bedeutung, wie in der Physik. Egal, wie logisch und schlüssig eine Hypothese über bestimmte Zusammenhänge physikalischer Größen auch sein mag, sie muss durch ein oder auch verschiedene Experimente nachprüfbar sein. Die Ergebnisse solcher Experimente, die man zur Untermauerung einer Hypothese durchführt, dürfen in keinem Fall unvereinbar mit der zu prüfenden Behauptung ausfallen. Dies haben wir bereits exemplarisch bei der vorangegangenen Darstellung des Michelson-Morley-Experimentes gesehen. Im Folgenden wollen wir uns einigen wichtigen Experimenten zuwenden, die der physikalischen Erkenntnis zugrunde liegen.

Isaak Newton beschäftigte sich als Physiker mit dem Bewegungsproblem. Das heißt, er widmete sich der Frage, wie sich massebehaftete Körper im Raum bewegen. Die Frage galt dabei dem *Wie* und nicht zuerst dem *Warum* der vielfältigen Bewegungsformen, die er beobachtete. Dass die Körper sich bewegen, ist eine naturgegebene Tatsache. Konnte es aber möglich sein, all diese Bewegungsformen auf eine allgemeingültige Gesetzmäßigkeit zurückzuführen? Und, wenn ja, wie musste dann dieses Bewegungsgesetz mathematisch formuliert werden? Begriffe wie Masse, Kraft, Geschwindigkeit und Beschleunigung waren in diesem Zusammenhang von zentraler Bedeutung. Der Kraftbegriff wurde sicherlich von der körperlichen Anstrengung abgeleitet, die mit dem Bewegen eines Körpers verbunden ist.

Man kann z.B. folgendes Experiment durchführen, in dem man versucht, einen relativ zum Untergrund ruhenden Wagen zu ziehen, so dass er schließlich mit einer Geschwindigkeit auf dem Boden rollt. Unterbricht man dann die Kraftwirkung auf den Wagen, so beobachtet man, dass er immer langsamer wird, bis er schließlich wieder ruht. Im Moment des Loslassens ist die Geschwindigkeit des Wagens am größten, und im weiteren zeitlichen Verlauf nimmt diese kontinuierlich ab. Diese maximale Geschwindigkeit ist scheinbar der Größe der Kraftwirkung proportional. Der Ausgang des Experimentes ist immer der gleiche, egal wie stark man den Wagen auch gezogen hat wie hoch also seine Geschwindigkeit ist.

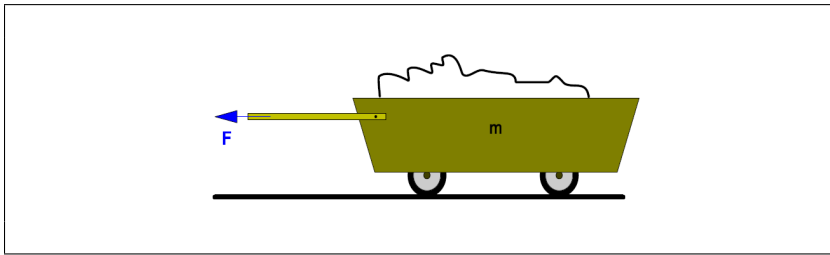


Abbildung 3.32: Newton's Kraftgesetz

Nun könnte man daraus den Schluss ziehen, dass ein Körper, auf den keine äußeren Kräfte wirken, im Zustand der Ruhe verharnt und auch nach einer Kraftwirkung immer wieder in diesen Zustand zurückkehrt. Je größer die Kraft ist, die auf einen Körper wirkt, um so größer wird auch seine Geschwindigkeit. Damit hätte man bereits eine Gesetzmäßigkeit für die Bewegung eines Körpers formuliert. Wir merken aber schon, dass diese Formulierung eines Bewegungsgesetzes nicht auf den Kraftbegriff hinausläuft, der heute noch in der Physik seine Gültigkeit hat. Man könnte das Experiment nun abwandeln, indem man anstatt eines Wagens auf einer ebenen Straße einen Eispuck auf einer ebenen Eisfläche betrachtet. Wenn man auf diesen eine Kraft wirken lässt und diese dann abrupt unterbricht, so stellt man fest, dass sich die Geschwindigkeit des Pucks wesentlich langsamer verringert als dies beim Wagen der Fall war. Dieser Sachverhalt muss uns eigentlich skeptisch machen. Bei genauerer Betrachtung dieses Verhaltens, stellt man fest, dass die Geschwindigkeitsabnahme nicht ursächlich mit dem plötzlichen Abbruch der Kraftwirkung sondern vielmehr mit solchen Größen wie der Beschaffenheit des Untergrundes, auf dem der Körper sich bewegt, Reibungseffekten und mit Materialeigenschaften von Boden und sich darauf bewegenden Körpern zusammenhängt. Was würde passieren, wenn man das Experiment dahingehend abwandelt, dass man einen ideal gleitfähigen Körper benutzt. Könnte es nicht so sein, dass der einmal auf eine Geschwindigkeit gebrachte Körper diese für alle Zeiten beibehält? Ein solches Experiment ist im Grunde lediglich im Geiste möglich real aber nicht durchführbar. Denn eine absolut reibungs- und damit verlustfreie Bewegung von Körpern ist nicht erreichbar. Wenn dieses Gedankenexperiment aber

den wahren Sachverhalt trifft, so müssen wir das o.g. Bewegungsgesetz ändern. Ein Körper würde dann im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung mit konstanter Geschwindigkeit verharren, solange keine äußere Kraft auf ihn wirkt. Wenn aber eine solche Kraft wirkt, so resultiert daraus eine Änderung der Geschwindigkeit des Körpers. Das bedeutet, dass die Kraft, die auf einen Körper wirkt, proportional seiner Geschwindigkeitsänderung ist. Newton formulierte diese Zusammenhänge mathematisch in seinem berühmten Kraftgesetz der Mechanik:

$$\vec{F} = m \vec{a} \quad (3.1)$$

Die Kraft \vec{F} ist also proportional der Beschleunigung \vec{a} (Geschwindigkeitsänderung). Der Proportionalitätsfaktor m in dieser Gleichung ist die träge Masse des Körpers. Sie wird als die Eigenschaft eines Körpers interpretiert, wonach dieser Körper im Zustand der Ruhe oder der gleichmäßig gleichförmigen Bewegung verharrt, solange keine äußere Kraft auf diesen wirkt, \vec{F} also gleich 0 ist. Man könnte diese Eigenschaft auch als das Beharrungsvermögen der Materie bezeichnen. Je größer die träge Masse eines Körpers ist, um so stärker ist folglich diese Eigenschaft ausgeprägt.

Das Experiment zur Untersuchung der Bewegung von massebehafteten Körpern ist im Laufe der Zeit immer mehr verbessert worden, indem der Reibungseinfluss mehr und mehr unterdrückt wurde. Zum Beispiel wurden Luftdruckschienen konstruiert, auf denen spezielle Wagen auf einem senkrecht nach oben gerichteten Luftstrom schweben können. Ebenso wurden magnetische Systeme entwickelt, bei denen speziell geartete Magnetfeldkonstruktionen einen magnetischen Körper längs einer Strecke schweben lassen. Das ideale Gedankenexperiment wurde dabei immer besser bestätigt.

Sogar bis in den Anwendungsbereich haben sich solche Konstruktionen dann im Laufe der technologischen Entwicklung hinein bewegt; man denke z.B. an die Magnetschwebbahn, wobei selbstverständlich nicht mehr der wissenschaftliche Aspekt, sondern nur noch der reine Anwendungsnutzen im Vordergrund steht.

In der oben angeführten berühmten Gleichung Newton's, in der die auf einen Körper wirkende Kraft, seine träge Masse und die aufgrund der

Kraft sich einstellende Beschleunigung des Körpers zueinander in Beziehung gesetzt werden, steht vor allem die Bewegung von Körpern als solche im Vordergrund. Es bleibt dabei völlig unberücksichtigt, wie die mechanisch wirkende Kraft zustande kommt und diese Gesetzmäßigkeit lässt die folgende Aussage zu:

»Wenn auf einen Körper eine äußere Kraft wirkt, dann ändert sich sein Bewegungszustand.«

Genauso kann man dann aber auch den Umkehrschluss zulassen:

»Wenn sich der Bewegungszustand eines Körpers ändert, so muss eine äußere Kraft auf ihn wirken.«

Wobei wir einmal stillschweigend annehmen wollen, dass es wirklich immer nur eine Kraft ist, die die Bewegung eines Körpers ändert. Das mag zunächst trivial klingen. Betrachtet man aber die Welt vor dem Hintergrund dieser Aussage, dann erscheinen uns die alltäglichsten Vorgänge plötzlich in einem ganz neuen Licht.

Stellen wir uns vor, wir gehen im Herbst auf einer Wiese spazieren, auf der Obstbäume voller Früchte stehen. Und wie wir so gehen und das Obst an den Bäumen hängend betrachten, beobachten wir plötzlich, dass ein Apfel wie von Geisterhand vom Baum nach unten auf den Boden fällt. Der Apfel, der zuvor doch im Zustand der relativen Ruhe gegenüber dem Baum und dem Boden, auf den er fiel, gewesen ist, änderte diesen Zustand, indem er sich, immer schneller werdend, von seinem Aufhängepunkt an einem Zweig des Baumes geradewegs auf den Erdboden hin bewegte. Der Bewegungszustand des Apfels, seine Geschwindigkeit hat sich plötzlich geändert. Das bedeutet aber auch, er erfuhr eine Beschleunigung, eine Kraft muss auf ihn eingewirkt haben. Diese Kraft, wir vermuten es schon, ist die wohlbekanntere Gravitations- bzw. Schwerkraft. Der Kraftbegriff löst sich immer mehr von der Anschaulichkeit, die noch z.B. mit der von einem Menschen vermöge seiner Muskeln zur Wirksamkeit gebrachten Kraft verbunden ist, und wir bemerken, dass die Kraft, die den Apfel vom Baum fallen lässt oder diejenige, die sogar die Planeten auf ihre Bahnen zwingt, etwas wesentlich anderes elementarer sein

muss. Die Wirkungen, die wir in den mannigfaltigen Bewegungszuständen der Körper erkennen können - Gegenstände fallen immer nach unten, Wasser sammelt sich an den tiefsten Stellen der Erde, Luft verdichtet sich als Atmosphäre um den Erdball usw. - scheinen keines Vermittlers zu bedürfen, sie sind sozusagen einfach existent, wenn man so will, als eine Naturgegebenheit. Das bloße Vorhandensein von massebehafteter Materie im Raum scheint bereits auszureichen, um damit die Gravitationskraft erklären zu können.

Nun muss sich eine solche Kraft, wenn sie denn als existent postuliert wird, auch experimentell nachweisen und gegebenenfalls sogar quantifizieren lassen. Dies führt uns direkt zu einer mechanischen Anordnung, die wohl die meisten bereits im Physikunterricht in der Schule kennengelernt haben, es handelt sich um die sogenannte Gravitationswaage, deren prinzipieller Aufbau in der Abbildung 3.33 skizziert ist



Abbildung 3.33: Eine Gravitationswaage

Die Überlegungen zur Gravitationskraft haben schließlich zu der berühmten Gleichung, die auch als Gravitationsgesetz bekannt ist, geführt:

$$\vec{F}_g = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{e}_r \quad (3.2)$$

Demnach ist also die Kraft, welche zwei Körper wechselseitig aufeinander ausüben, proportional zu dem Produkt ihrer schweren Massen und umgekehrt proportional dem Abstandsquadrat ihrer Massenschwerpunkte. Die in der Gleichung auftauchende Größe γ ist die sogenannte Gravitationskonstante, die als Proportionalitätsfaktor eingeführt wird $\gamma = 6,6720 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg s}^2}$.

Wir haben somit zwei Gesetzmäßigkeiten, die sozusagen die Grundlage für die klassische Mechanik darstellen, wie sie, das kann man sicher ohne Übertreibung sagen, Isaak Newton zu seiner Zeit in genialer Weise aufgestellt hat. In beiden geht es um das Verhalten bzw. um spezifische Eigenschaften materieller Körper, nämlich um deren Bewegung und um die Beschreibung der Tatsache, dass solche Körper wechselseitig Kräfte aufeinander ausüben. Dabei tauchen die Begriffe der *trägen* und der *schweren Masse* auf; erinnern wir uns dabei noch einmal an den Wagen, dessen träge Masse durch Einwirkung einer Kraft bewegt wurde bzw. an das Experiment mit der Drehwaage, bei dem die schwere Masse des frei drehbaren Hantelkörpers durch die Gravitationskraft von mit einem Laborsystem starr verbundenen massebehafteten Körpern in Bewegung versetzt wurde. In der Physik haben diese Begriffe der *trägen* und der *schweren Masse* recht abstrakte Bedeutungen. Je größer die träge Masse eines Körpers ist, um so stärker ist dessen Eigenschaft ausgeprägt, im Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen Bewegung zu verharren. Die Größe der schweren Masse eines Körpers hingegen ist ein Maß dafür, wie stark seine gravitative Wirkung auf eine Probemasse in einem bestimmten Abstand ist. Beide physikalischen Größen beschreiben also zwei ganz unterschiedliche Eigenschaften der Materie, die deren mechanisches Verhalten grundlegend, wenn auch nicht vollständig, erklären können. Um dies genauer zu betrachten, müssen wir berücksichtigen, dass diese physikalischen Gesetze für den Bereich der Welt aufgestellt wurden, den wir heute allgemein als den makroskopischen Bereich bezeichnen. Es gibt nun aber auch noch den Bereich des mikroskopischen. Und es wird

schon alleine durch diese sprachliche Unterscheidung deutlich, dass beide Bereiche ihre Eigentümlichkeiten insbesondere hinsichtlich ihrer physikalischen Deutung bzw. Beschreibung aufweisen.

3.3.2 Geladene Materie

Der Begriff der Massen bewährt sich bei der Beschreibung der Bewegungsformen und bei der Einführung der Gravitationskraft als spezifische Eigenschaften der Materie. Die schwere Masse, die man einem Körper zuordnen kann, erlaubt die Quantifizierung der von diesem Körper auf einen Probekörper ausgeübten Gravitationsanziehung. Eine wesentliche Eigenschaft der Gravitationskraft ist die Tatsache, dass sie über große Entfernungen wirkt.

Die Erforschung der Materie hat neben dieser Schwerkraft eine weitere Kraft aufgedeckt, welche über relativ kurze Distanzen wirkt. Zudem hat diese Kraft die Eigenschaft, zwischen zwei Körpern manchmal abstoßend und manchmal anziehend in Erscheinung zu treten; die Gravitationskraft wirkt jedoch immer nur anziehend. Genauso, wie man die Masse zur Erklärung für die Gravitation eingeführt hat, ist es bei dieser neuen Kraft die Ladung, die als spezielle Materieeigenschaft die Kraftwirkungen beschreibbar macht.

Erste Untersuchungen des Verhaltens der Materie hinsichtlich ihrer Eigenschaft der Ladung wurden bei der Beobachtung von sogenannten elektrostatischen Phänomenen gemacht. Vielleicht haben Sie, der Leser, schon einmal bemerkt, dass es Ihnen beim Ausziehen eines Pullovers, wenn Sie ihn über das Haar gezogen haben, die Haare plötzlich wie von Geisterhand abstanden, so als ob sie sich gegenseitig abstießen. Dieses Verhalten der Haare nach Reibung mit dem Stoff des Pullovers kann auch mit anderen Stoffen in abgewandelter Form beobachtet werden. So zum Beispiel beim Reiben einer Plastikfolie mit einem Wolltuch.

Erste Vorstellungen von dem, was Ladung ist, gingen dahin, sich darunter eine Art Substanz vorzustellen, die charakteristische Eigenschaften besitzt. Diese Eigenschaften wiederum leitete man aus Versuchen mit geladenen Körpern ab. So hatte man z.B. die Vorstellung, die Ladungssubstanz verteile sich in den Körpern bzw. auf deren Oberflächen und

fließe von einem auf den anderen Körper, wenn man diese in Berührung brachte. Bei derart geladenen Körpern beobachtete man dann abstoßende oder anziehende Kraftwirkungen. Später brachte man die Ladung als Materieeigenschaft mit dem Aufbau der Atome in Verbindung, wonach es kleinste Teilchen waren, aus denen die Atome sich bildeten, die sozusagen als Träger der Ladung postuliert wurden.

3.3.3 Was ist ein Atom?

Das Nachdenken über die Materie und darüber, wie diese aufgebaut ist, hat zu der Vorstellung geführt, dass es irgendwie geartete kleinste Bausteine geben muss, aus denen aufgebaut sich alle materiellen Körper betrachten lassen. Wenn es tatsächlich so ist, dass alle Materie sich aus kleinsten Bausteinen zusammensetzt, und wenn es gelingt die physikalischen Eigenschaften dieser Bausteine auf wenige Grundannahmen zu gründen, dann wird der sehr allgemeingültige Charakter einer solchen Betrachtungsweise deutlich. Denn aus den charakteristischen Eigenarten der Grundbausteine der Materie lassen sich die Eigenschaften der Vielzahl von unterschiedlichen Stoffen deuten. Mit anderen Worten, je genauer wir die Grundbausteine, aus denen alle Stoffe gebildet werden, kennen, um so besser verstehen wir, warum sich die Materie in einer so großen Fülle verschiedener Stoffe mit entsprechenden spezifischen Eigenschaften organisiert.

Ein bekanntes Gedankenexperiment in diesem Zusammenhang ist das von der fortgesetzten Teilung eines Körpers. Nimmt man zum Beispiel ein Stück Metall von der Form eines Quaders und zersägt diesen Quader dann in zwei Hälften, die genau gleich groß sein sollen, so kann man anschließend eine der beiden Hälften nehmen und mit dieser die gleiche Zerteilungsprozedur durchführen. Man erhält somit drei Metallquader, wobei die beiden kleineren von gleicher Größe sind und jeweils ein Volumen von der Hälfte des dritten Quaders besitzen. Man setzt dieses Experiment folglich immer weiter fort, indem einer der kleinsten Quader halbiert wird. Natürlich werden wir bei diesem Treiben irgendwann an technische Grenzen stoßen, bei denen wir auf immer neue Zerteilungswerkzeuge zurückgreifen müssten, da es zum Beispiel mit einer mecha-

nischen Metallsäge nicht mehr möglich ist einen Metallkörper zu bearbeiten, dessen Abmessungen unterhalb der Dicke des Sägeblattes liegen. Bei diesen Überlegungen geht es jedoch nicht darum, ob es überhaupt technisch möglich ist, einen Körper fortgesetzt zu zerteilen, sondern vielmehr darum, ob man dabei irgendwann an eine Grenze stößt, ab der eine weitere Teilung zu Fragmenten führt, deren materielle Eigenschaften nichts mehr mit dem Ausgangsstoff zu tun haben. Was bedeutet das? Nun, wenn wir bei unserem Zerteilungsexperiment die einzelnen immer kleineren Teilstücke einer genauen Analyse unterziehen würden, so würden wir feststellen, dass es sich dabei immer noch um den gleichen Stoff handelt, aus dem der Ausgangskörper bestand. Sollte es nach einer weiteren Zerteilung passieren, dass die Bruchstücke plötzlich nicht mehr diese spezifischen Eigenschaften aufweisen, so wäre das ein deutlicher Hinweis darauf, dass wir das kleinstmögliche Fragment gefunden haben.

Der Begriff ATOM kommt aus dem Griechischen, wo *atomos* für unteilbar steht. Obwohl die Atome, also die kleinsten stofflichen Einheiten, nicht mehr teilbar sind ohne ihre stoffspezifische Identität zu verlieren, so wissen wir jedoch heute, dass es Teilchen gibt, aus denen auch die Atome aufgebaut sind, wie z.B. die Protonen, die Neutronen und die Elektronen. Die Protonen und die Neutronen sind nach einem Atommodell im sogenannten Atomkern vereint, und um diese Kerne bzw. um die Kernteilchen herum hat sich bis heute ein ganzer Forschungszweig, die Kernphysik, entwickelt. Mit zum Teil ungeheurem energetischen und finanziellen Aufwand suchen die Kernphysiker nach neuen Teilchen, aus denen die Kernteilchen, auch Nukleonen genannt, sich wiederum aufbauen. Sie erforschen die Eigenschaften der Atomkerne und versuchen diese auch technisch nutzbar zu machen, was uns auf der einen Seite die erschreckende Atombombe und auf der anderen Seite die Nutzung der Atomenergie durch Kernreaktoren beschert hat. Diesen Technologien liegt die Spaltung von Atomkernen und die damit verbundene Freisetzung ungeheuerlich großer Energien zugrunde. Darüber hinaus laufen zur Zeit Projekte, die sich mit der Verschmelzung von Atomkernen beschäftigen. Sie haben die Zielsetzung, sogenannte Fusionsreaktoren zu entwickeln, die eine kontrollierte Atomkernverschmelzung aufrechterhalten können und dadurch neue schier unerschöpfliche Energiequellen zur friedlichen Nutzung darstellen. Wir wollen an dieser Stelle aber nicht weiter auf

Einzelheiten der Kernphysik und damit verbundener Forschungsprojekte eingehen, sondern uns nun wieder den Grundlegenden Forschungsbemühungen zuwenden, die zu den modernen Modellen des Atoms geführt haben.

Eine erste Atomtheorie, die auf Postulaten aufbaut wurde von dem Chemiker John Dalton (1766 - 1844) aufgestellt. Seine Postulate besagen:

- Chemische Elemente bestehen aus extrem kleinen Teilchen, die Atome genannt werden. Alle Atome eines Elementes sind untereinander gleich - Atome verschiedener Elemente sind verschieden.
- Bei chemischen Reaktionen werden Atome miteinander verbunden oder voneinander getrennt. Dabei werden sie nie zerstört oder neu gebildet. Kein Atom eines Elementes wird in das eines anderen verwandelt.
- Eine chemisch Verbindung resultiert aus der Verknüpfung der Atome von zwei oder mehr Elementen. Eine gegebene Verbindung enthält immer die gleichen Atomsorten, die in einem festen Mengenverhältnis miteinander verknüpft sind.

Diese Theorie beruht weniger auf physikalischen, sondern vielmehr auf chemischen Experimenten und den dabei beobachteten Gesetzmäßigkeiten. Es tauchen hier die Begriffe der Elemente und der chemischen Verbindungen auf, und für das Verständnis der Materie ist es wichtig diese Begriffe klar zu fassen. Wir hatten bereits festgestellt, dass alle Materie aus Atomen aufgebaut ist. Es gibt aber nicht nur ein Atom, aus dem alle Materie sich zusammensetzt, sondern mehrere klar unterscheidbare Atomsorten. Ihre Unterscheidbarkeit zeigt sich in charakteristischen physikalischen und chemischen Eigenschaften. Somit können wir auch formulieren, dass ein Atom die kleinste Materieeinheit eines spezifischen Stoffes darstellt, die noch alle die charakteristischen Merkmale dieses Stoffes besitzt. Ein solches spezifisches Atom wird Element genannt. Alle uns heute bekannten Elemente sind im sogenannten Periodischen System der Elemente (PSE), welches in der Chemie von zentraler Bedeutung ist, mit ihren speziellen Eigenschaften verzeichnet.

Diese unterschiedlichen Atome können miteinander reagieren. Das heißt, sie verbinden sich miteinander aufgrund wiederum verschiedener Kraftwirkungen und bilden dadurch neue Materiebausteine, die sogenannten Moleküle, die ihrerseits neue Stoffe sind, mit neuen charakteristischen Eigenschaften. Nun wird aufgrund dieser Betrachtungen auch deutlich, warum sich die Materie in solch großer stofflicher Vielfalt präsentiert. Wir wollen nun aber die Atome nicht so sehr aus der Sicht der Chemie, sondern vielmehr aus physikalischer Sicht betrachten. Aufschluss über ihre Eigenschaften konnte durch ein Experiment gewonnen werden, welches von Ernest Rutherford zum ersten mal durchgeführt wurde. 1911 veröffentlichte er die Ergebnisse seiner Experimente. In der von ihm beschriebenen speziellen Versuchsanordnung hatte er eine 0,004 mm dünne Folie aus Gold, Silber oder Kupfer mit α -Teilchen beschossen. Um die Folie herum hatte er einen Leuchtschirm aufgebaut, der mit α -Strahlen reagierte. Bei diesem Experiment stellte er fest, dass der Strahl aus α -Teilchen fast unbeeinflusst und geradlinig durch die Folie hindurch trat. Einige α -Teilchen wurden jedoch abgelenkt und trafen an verschiedenen Stellen auf dem Leuchtschirm auf.

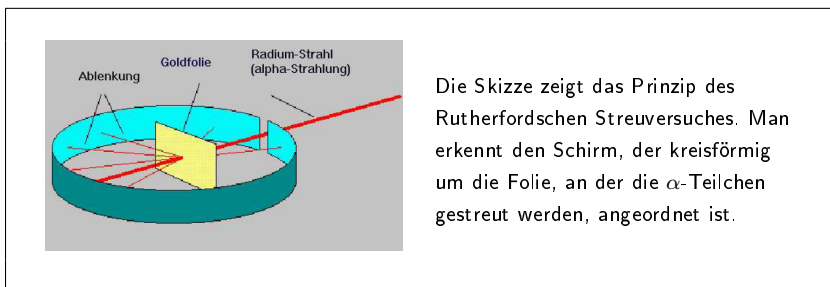
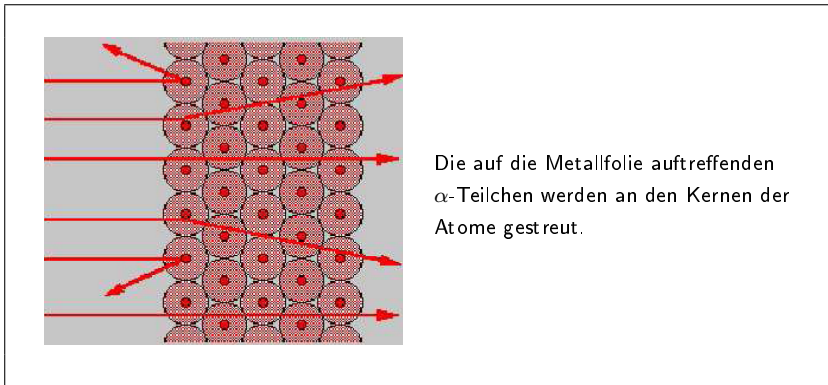


Abbildung 3.34: Der Rutherford'sche Streuversuch

Abbildung 3.35: Streuung von α -Teilchen

Die Ergebnisse seiner Untersuchungen interpretierte er folgendermaßen:
 »Im Mittelpunkt des Atoms befindet sich ein Atomkern. Fast die gesamte Atommasse und die ganze positive Ladung ist im Atomkern vereint.«

Nach unseren heutigen Vorstellungen besteht der Atomkern aus Protonen und Neutronen, die zusammen die Masse des Kerns ausmachen. Die Protonen sind für die positive Ladung verantwortlich, trotz der gleichsinnigen Ladung der Protonen und ihrer dadurch bedingten gegenseitigen Abstoßung werden die Teilchen im Kern zusammengehalten. Der Zusammenhalt wird durch die starke *Kernkraft* vermittelt. Diese ist eine der fundamentalsten Kraftwirkungen in der Natur; sie ist stärker als die elektrostatische Abstoßung zwischen den Protonen, hat aber nur eine sehr geringe Reichweite, d.h. sie wirkt nur, solange die Teilchen dicht beieinander sind.

Elektronen nehmen fast das ganze Volumen des Atoms ein. Sie befinden sich außerhalb des Atomkerns und umkreisen ihn in schneller Bewegung. Damit das Atom insgesamt elektrisch neutral ist, muss die Zahl der negativ geladenen Elektronen mit der der positiv geladenen Protonen im Kern übereinstimmen.

Der Atomkern ist sehr klein, sein Durchmesser liegt in der Größenordnung von $1 \cdot 10^{-15}$ Meter. Der Durchmesser des Atoms einschließlich der Elektronenhülle beträgt dagegen $100 \cdot 10^{-12}$ Meter bis $400 \cdot 10^{-12}$ Meter und ist somit mehr als 100.000-mal größer als der Atomkern. Der Großteil des Volumens eines Atoms ist demnach leerer Raum, und des-

halb können die meisten α -Teilchen ungehindert durch die Folie hindurch fliegen.

Niels Bohr (1885-1962) formulierte im Jahr 1913 sein Atommodell in Analogie zum Aufbau unseres Planetensystems. Demnach werden sich alle Elektronen auf kreisförmigen Bahnen um den Atomkern herum bewegen. Sein Modell berücksichtigte damit zum ersten mal die verschiedenen Energiezustände der Elektronenbahnen. Das Basismaterial für seine Betrachtungen hatte er bei der Untersuchung des Wasserstoffatoms gesammelt. Entsprechend dieser Erkenntnisse formulierte Bohr folgende theoretische Grundsätze:

- Ein Elektron kann sich nur auf bestimmten, diskreten Kreisbahnen aufhalten. Diese diskreten Bahnen werden auch Energieniveaus genannt. Die Bahnen sind konzentrisch um den Atomkern angeordnet. Jede Bahn wird mit einem Buchstaben (K,L,M,...) bezeichnet.
- Für jede Bahn, auf der das Elektron den Atomkern umkreist, hat das Elektron eine bestimmte Energie. Auf der K-Schale, die dem Atomkern am nächsten ist, kommt dem Elektron die geringste Energie zu. Um das Elektron auf eine weiter außen gelegene Bahn zu bringen, muss ihm Energie zugeführt werden. Die Energie eines Elektrons darf keine Werte annehmen, die es auf eine Bahn zwischen den erlaubten Bahnen bringen würde.
- Wenn sich das Elektron auf der innersten Bahn befindet und die geringste Energie hat, so befindet sich das Atom im Grundzustand. Durch die Zufuhr von Energie kann das Elektron auf eine größere Bahn springen und einen höheren Energiezustand annehmen; dieser wird angeregter Zustand genannt.
- Wenn das Elektron von einem angeregten Zustand auf eine weiter innen liegende Bahn springt, wird ein definierter Energiebetrag freigesetzt und in Form eines Lichtquants emittiert. Der Energiebetrag entspricht der Differenz der Energien des höheren und des niedrigeren Energiezustandes.

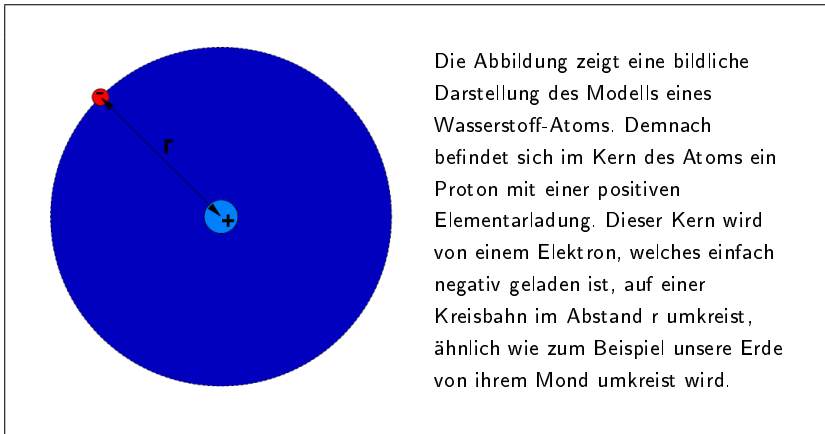


Abbildung 3.36: Ein Modell des Wasserstoffatoms

Das Wasserstoffatom ist das einfachste von allen bisher bekannten Atomen. Die modellhaften Betrachtungen aber gelten im Prinzip auch für die komplexer gebauten Atomsorten. Für diese müssen wir uns den Kern jeweils um die für jede Sorte spezifische Zahl von Protonen und Neutronen und die Hülle um die entsprechende Zahl von Elektronen auf ihren Bahnen um den Kern erweitert denken, wenn wir das eben besprochene Bohrsche Atommodell zugrunde legen.

Wir müssen nun aber erwähnen, dass die Aufstellung weiterer Atomtheorien folgten, da das Bohr-Modell sowohl mit theoretischen als auch mit experimentellen Ergebnissen der Forschung teilweise im Widerspruch stand. In diesem Zusammenhang ist vor allem die wellentheoretische Deutung des Atoms bemerkenswert, die erarbeitet wurde, als man aufgrund experimenteller Befunde zu erkennen begann, dass Materiepartikel, wie z.B. die Elektronen, sich teilweise wie Wellen verhalten. Von besonderer Bedeutung ist hierbei der von **Erwin Schrödinger** (1887-1961) aufgestellte Formalismus und die mit dessen Ergebnissen erreichte neue Sichtweise auf die Atome. Wir wollen an dieser Stelle nur kurz diese Ergebnisse erläutern. Danach sind die Lösungen der Schrödinger-Gleichung, welches eine sogenannte Differentialgleichung ist, so zu deuten, dass die Elektronen nicht mehr einfach nur auf Bahnkurven um den Atomkern kreisen, sondern vielmehr auf um den Kern geschlossenen Hüllflächen ›verteilt‹ sind. Was heißt das? Genau genommen lässt die Wellentheo-

rie des Atoms keine exakte Lokalisierung der Elektronen mehr zu. Es sind im Grunde nur noch Wahrscheinlichkeitsaussagen über den Aufenthaltsort der Elektronen möglich. Und eben diese Wahrscheinlichkeiten verteilen sich konstant auf die erwähnten Hüllflächen, die man in der Mathematik mit dem Fachterminus Kugelflächen bezeichnet. Um einem Missverständnis vorzubeugen muss noch erwähnt werden, dass die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten der Elektronen vom Abstand zwischen Elektron und Kern abhängig sind. Dies wiederum ist gleichbedeutend mit der Aussage, dass die Wahrscheinlichkeit, ein zu einem Atomkern gehörendes Elektron an einem bestimmten Ort relativ zum Kern vorzufinden, nicht auf eine Fläche im mathematischen Sinn erstreckt, sondern auf ein spezielles Volumen. In der Chemie bezeichnet man eben diese Volumina, denn ihrer gibt es verschiedene, als Orbitale, die mit Buchstaben (s,p,d ...) bezeichnet werden.

Nachdem wir nun eine einfache Beschreibung der Erforschung des Atoms dargestellt haben, wollen wir uns jetzt einigen wichtigen Experimenten zuwenden, die in diesem Forschungszweig von Bedeutung sind. Dadurch soll vor allem die wechselseitige Beziehung von Theorie und Experiment in der Physik beleuchtet und hoffentlich auch verständlicher werden.

3.3.4 Experimente, eine Sichtweise auf die Welt

Was ist eigentlich ein physikalisches Experiment? Wir wollen uns für die folgenden Ausführungen darauf einigen, dass ein physikalisches Experiment im Grunde eine Fragestellung ist und somit auch eine Suche nach Antwort. Diese Fragen, die den Experimenten zugrunde liegen, gehen von bestimmten Vorstellungen aus, welche dem aktuellen Erkenntnisstand in dem entsprechenden Gebiet, in dem experimentell geforscht wird, entsprechen. Die Vorstellungen beruhen ihrerseits wiederum auf bereits bekannten experimentellen Befunden und auf modellhaften theoretischen Annahmen, auf Hypothesen.

Wir haben weiter oben bereits erfahren, wie die Erforschung des Atoms im Laufe der Zeit voranschritt. Was gab aber überhaupt den Anlass dazu, nach so etwas wie einem Atom zu suchen? Nun, wir können sicher sagen, dass es ein gewisses Interesse an der Natur der Materie ist, welches hier den Ausschlag gibt. Die Naturphilosophen und später die Naturwissen-

schaftler suchten ganz einfach nach Antworten auf die Frage nach dem Aufbau der sich uns in ungeheurer Vielfältigkeit präsentierenden Materie. Wir müssen aber beachten, dass es bei dieser neugierigen Suche nach grundlegenden Prinzipien und Gesetzen nicht darum geht, eine Antwort auf das ›Warum‹ der Dinge zu finden. Wir können ja die objektive Welt, innerhalb derer wir existieren, nicht in Frage stellen. Sie ist so wie sie nun einmal ist. Wir müssen sie sozusagen als a priori gegeben einfach akzeptieren. Wir können aber durchaus danach fragen, wie zum Beispiel die Materie aufgebaut sein könnte. Welche physikalischen Begriffe und Modelle können wir ersinnen, um ein tieferes Verständnis ihres Aufbaues zu bekommen? Auf diesem Wege, das haben wir bereits gesehen, entstand die Vorstellung des Aufbaus der Materie aus kleinsten Bausteinen, die man, nachdem sie nun einmal als existent postuliert wurden, auf den Namen Atom taufte. Einmal zu Bewusstsein gebracht können wir nun natürlich die Atome zum Gegenstand weiterer Betrachtungen machen. Wir können uns Fragen, wie denn die Atome ›aussehen‹, welche physikalischen Eigenschaften sie haben und wie sich gegebenenfalls die Eigenschaften der aus ihnen aufgebauten makroskopischen Körper aufgrund möglichst einheitlicher Prinzipien erklären lassen. Wie lässt es sich zum Beispiel erklären, dass einige Stoffe den elektrischen Strom leiten und andere wiederum gar nicht? Wieso sind unter den gleichen äußeren Bedingungen manche Stoffe fest andere flüssig und wieder andere gasförmig? Worauf beruhen die optischen Eigenschaften der Stoffe wie Transparenz und Farbigkeit usw.? Sollte es vielleicht möglich sein, auf atomarer Ebene Antworten auf diese und viele weitere Fragen zu finden? Wenn ja, dann würde sich die Idee des Atoms als überaus fruchtbar erweisen für eine tiefere und allgemeinere Erkenntnis der Materie.

Wir können nach dem bisher Gesagten festhalten, dass Materie sowohl Masse als auch Ladung besitzt, und dass sie aus kleinsten Bausteinen, den Atomen, aufgebaut ist. Demnach sollten sich die Eigenschaften der Masse und der Ladung auch in den Atomen finden lassen. Wenn wir das mechanistische Planetenmodell des Atoms zugrunde legen, so haben wir zudem festgestellt, dass es verschiedene Bestandteile des Atoms gibt, die dieses wiederum aufbauen. Diese sind die Kerne und die auf bestimmten Bahnen um die Kerne sich bewegenden Elektronen. Nach den uns heute vorliegenden experimentellen Ergebnissen sind die im Kern befindlichen

Protonen die Träger der positiven und die Elektronen die Träger der negativen Elementarladung, wobei gerade diejenige Ladungsmenge, die dabei einem Elektron zukommt, als Elementarladung bezeichnet wird. Elektronen und Protonen besitzen ebenfalls eine Masse. Die Masse der Protonen ist etwa 2000 mal so groß wie die der Elektronen. Woher können wir das aber wissen? Genau hier setzt das Experiment an, welches uns eben solche Informationen liefert.

Zur *Bestimmung der Elementarladung* kann man z.B. die in der Abbildung 3.37 prinzipiell dargestellte Anordnung benutzen.

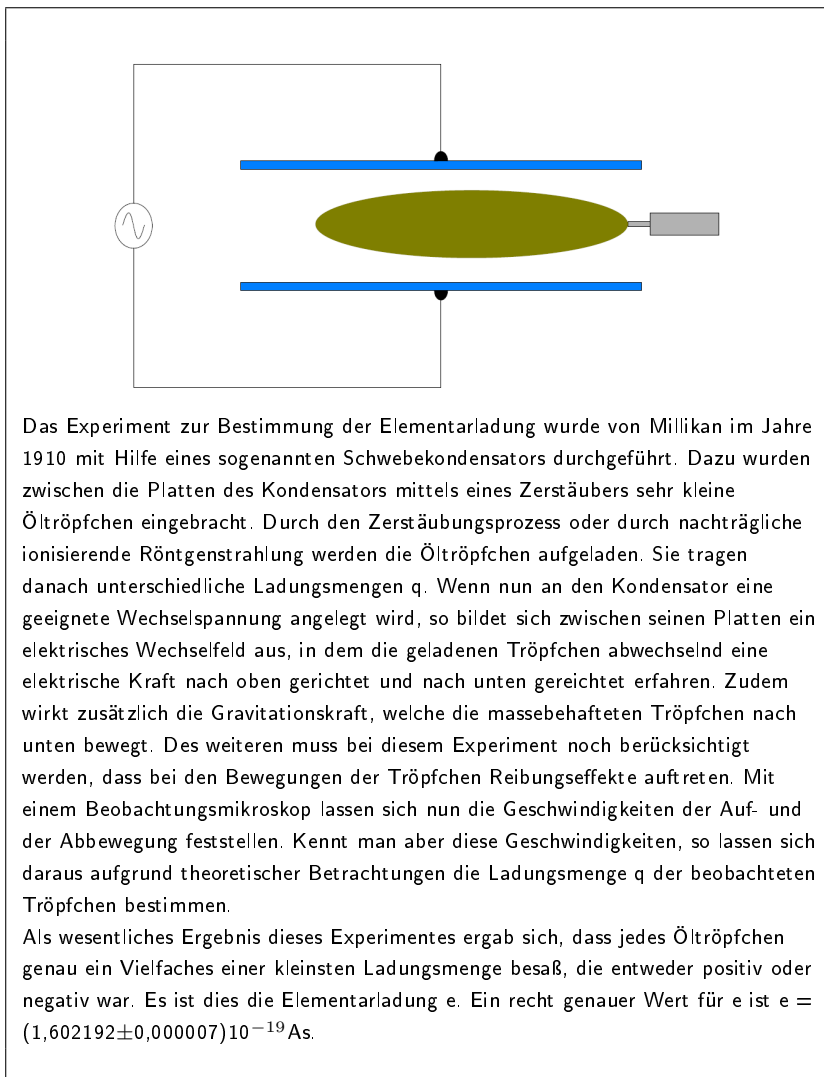


Abbildung 3.37: Die Bestimmung der Elementarladung von Elektronen

Ein weiteres elementares Experiment ist die Ablenkung eines Elektronenstrahles mit Hilfe elektrischer und magnetischer Felder zur *Bestimmung der Elektronenmasse*. Das Prinzip dieses Experimentes ist in Abbildung 3.38 dargestellt.

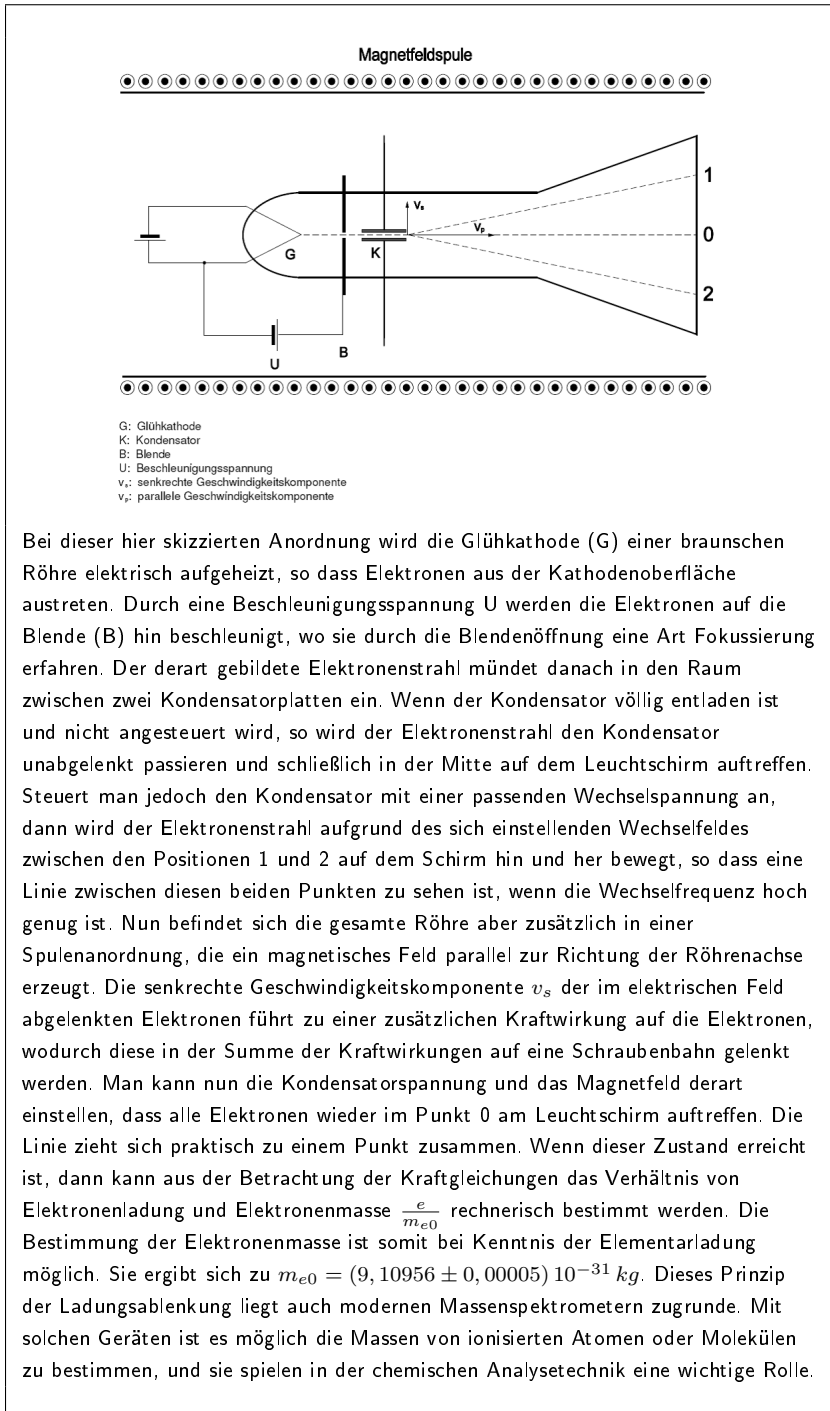


Abbildung 3.38: Die Braunsche Elektronenröhre

Das Experiment zur Bestimmung der Elektronenmasse wollen wir noch etwas genauer betrachten, um zu verdeutlichen, wie aufgrund von bekannten physikalischen Gesetzmäßigkeiten und mit Hilfe der technologischen Möglichkeiten zur Realisierung des experimentellen Aufbaues neue Erkenntnisse gewonnen werden, in diesem Falle die Größe der Elektronenmasse. Dieses Experiment vereint verschiedene physikalische Effekte wie die Glühemission, die Kraftwirkung im elektrischen und im magnetischen Feld auf Ladungen sowie die Phosphoreszenz. Zudem mussten die Technologien der Glasverarbeitung und der Vakuumtechnik zur Herstellung der braunschwarzen Röhre bekannt sein. Eine genauere Betrachtung würde zu noch differenzierteren Aufzählungen von theoretischen und technologischen Kenntnissen führen. Erst wenn alle diese Dinge zusammenkommen und zielgerichtet zusammengeführt werden bzw. unter dem Gesichtspunkt einer übergeordneten Fragestellung betrachtet werden, können wir uns eine Antwort erhoffen.

Betrachten wir einmal ein Elektron, welches aufgrund des Glühemissionseffektes gerade aus der Glühkathode getreten ist. Da die Blende gegenüber der Glühkathode elektrisch positiv geladen ist, erfährt das negativ geladene Elektron eine Kraft, die es zur Blende hin beschleunigt. Ein gewisser Anteil der austretenden und zur Blende sich bewegenden Elektronen werden auf die Blende stoßen und dort sozusagen verschwinden. Der andere Teil aber wird durch die Blende hindurch fliegen; unser Elektron soll zu diesen letzteren Elektronen gehören. Warum aber ist es überhaupt möglich, dass nicht alle Elektronen von der Blende aufgesogen werden? Wieso gelingt es einigen die Blendenöffnung zu passieren? Dies ist nur möglich, da die Elektronen eine träge Masse besitzen, um deren Bestimmung es ja in unserem Experiment geht. Wir wissen ja bereits, dass ein massebehafteter Körper seinen Bewegungszustand nur dann ändert, wenn auf ihn eine äußere Kraft einwirkt. Je schneller sich ein solcher Körper aber bewegt, um so größer muss eine Kraft sein, die seinen einmal angenommenen Bewegungszustand merklich ändern kann. Für unser Elektron, welches sich auf die Blendenöffnung zubewegt, bedeutet das, dass die Anziehung auf den Blendenkörper zu nicht ausreicht, um ihn am Durchtritt durch die Öffnung zu hindern. Sein von seiner Masse herrührendes Beharrungsvermögen hält es auf seiner Bahn. Hat es nun einmal die Blende hinter sich gelassen, tritt es mit hoher

sich nicht mehr merklich ändernder Geschwindigkeit in den Kondensator bzw. zwischen dessen Platten ein. Hier ist es entsprechend der am Kondensator anliegenden Spannung und der sich damit verbundenen Ladung der Platten erneut eine elektrische Kraft ausgesetzt, die senkrecht zu seiner Flugbahn gerichtet ist. Die träge Masse treibt das Elektron weiter durch diesen Kondensator hindurch, so dass es beim Austritt eine neue Flugbahn angenommen hat. Diese behält es bei, bis es schließlich auf der Leuchtschicht des Schirms auftrifft und dort eine Lichtemission auslöst. Wenn die Kondensatorspannung eine Wechsellspannung ist, dann wird das Elektron irgendwo zwischen den Auftreffpunkten 1 und 2 landen. Nun kommt aber noch die Magnetfeldspule ins Spiel, in der die braunsche Röhre sich befindet. Diese Spule erzeugt aufgrund des Stromflusses durch ihre Drahtwindungen ein Magnetfeld parallel zur Achse der Röhre. Wenn sich eine Ladung in einem magnetischen Feld bewegt, dann entsteht eine Kraftwirkung auf den Ladungsträger. Diese Kraft kommt nur durch eine Bewegungsrichtung des Ladungsträgers senkrecht zur Magnetfeldrichtung zustande. Unserem Elektron, das sich nach dem Verlassen der Blende parallel zum Magnetfeld bewegt, wird ja gerade durch die Ablenkung im Kondensator eine solche Geschwindigkeitskomponente hinzugefügt. Zudem hat diese magnetische Kraft die Eigenschaft immer zugleich senkrecht zum Magnetfeld und zu der mit ihr verknüpften Geschwindigkeitskomponente gerichtet zu sein. In der Überlagerung der Bewegungen wird das Elektron schließlich auf eine Spiralbahn gezwungen. Man kann nun die Größe des Magnetfeldes und die der Beschleunigungsspannung so einstellen, dass das Elektron gerade in dem Augenblick die Röhrenachse berührt, zu dem es den Schirm erreicht. Da alle Elektronen, die durch die Blende treten, auf die gleiche Geschwindigkeit beschleunigt worden sind, treffen sie ebenfalls in der Mitte des Leuchtschirms am Ort 0 auf. Wenn diese Bedingung erfüllt ist, kann man aufgrund der theoretischen Betrachtungen das Verhältnis von Elementarladung zur Elektronenmasse bestimmen.

Einer der wesentlichen Begriffe bei diesem Experiment ist der der *Kraft*. Wir hatten ja bereits die Gravitationskraft und die elektrische Kraft kurz besprochen. Nun aber taucht bei dem beschriebenen Experiment eine weitere Kraftwirkung auf, die zur Durchführung notwendig ist. Es ist dies die *magnetische* Kraft, die auf bewegte Ladungen wirkt.

Die Gravitation wird durch die Eigenschaft der schweren Masse, die elektrische Kraft durch die Ladung beschrieben. Bei der magnetischen Kraftwirkung ist es allerdings nicht möglich, eine entsprechende Eigenschaft der Materie anzugeben, mit deren Hilfe ein Kraftgesetz aufgestellt werden könnte. Zwar existieren elementare magnetische Dipole auf atomarer Ebene, diese werden aber auf die sich um den Atomkern bewegenden Elektronen zurückgeführt, und nicht auf eine neue Materieeigenschaft. Um diesen Unterschied ein wenig zu verdeutlichen, wenden wir uns einmal dem Feldbegriff zu, der bei der obigen Beschreibung unseres Experimentes zur Bestimmung der Elektronenmasse stillschweigend benutzt wurde.

Das Feld, sei es nun ein elektrisches, ein magnetisches oder ein gravitatives, ist im Grunde ein theoretisches Konstrukt zur Beschreibung der unterschiedlichen Kraftwirkungen. Dabei geht man so vor, dass man sich die schwere Masse oder die Ladung sozusagen als Verursacher oder als Quellen der Felder vorstellt. Der Raum um diese Quellen kann mit Hilfe von Feldgrößen beschrieben werden, die in jedem Punkt die Kraftwirkung auf einen entsprechenden Probekörper (massebehaftet oder elektrisch geladen) sowohl dem Betrage als auch der Richtung nach angeben. Bei den magnetischen Feldern stellt man nun im Gegensatz zu den elektrischen und den Gravitationsfeldern fest, dass sie reine Wirbelfelder sind. Das bedeutet, die magnetischen Feldlinien sind immer geschlossen, wohingegen die Feldlinien des elektrischen Feldes stets von geladenen Körpern ausgehen oder dort enden. Dieser Sachverhalt wird auch dadurch beschrieben, dass es unmöglich ist magnetische Nord- und Südpole zu trennen. Auch auf atomarer Ebene finden wir immer nur magnetische Dipole, also Gebilde, die immer beide Pole aufweisen, und deren Feldlinien immer von einem zum anderen Pol verlaufen.

Wie sehen nun die theoretischen Betrachtungen zu unserem Experiment aus? Die Elektronen, die aus der Glühkathode treten besitzen eine Anfangsgeschwindigkeit, die wir aber gegenüber der sofort einsetzenden Ablenkung im elektrischen Feld zwischen Kathode und Blende vernachlässigen können. In diesem elektrischen Feld werden die Elektronen beschleunigt, so dass ihre Geschwindigkeit zunimmt, bis sie die Blendenöffnung erreicht haben. Wenn ein Elektron in einem durch die elektrische Spannung U hervorgerufenen elektrischen Feld kinetische Energie auf-

nimmt, so besitzt es am Ende, wenn es von einem elektrischen Pol bis zum anderen gelangt ist, den Energiebetrag

$$E_{kin} = \frac{1}{2} m_e v_e^2 = eU \quad (3.3)$$

Es wird also auf eine Geschwindigkeit von

$$v_e = \sqrt{2 \frac{eU}{m_e}} \quad (3.4)$$

beschleunigt. Alle Elektronen, die nun die Blende durchfliegen, haben diese Geschwindigkeit und behalten diese auch während des Weges durch den nachfolgend angeordneten Kondensator. In der Skizze entspricht diese Geschwindigkeitskomponente der mit v_p gekennzeichneten. Wenn der Kondensator spannungslos ist, so fliegen die Elektronen unabgelenkt hindurch, bis sie auf dem Leuchtschirm im Punkte 0 auftreffen. Liegt jedoch eine Wechselspannung am Kondensator an, so erfahren die Elektronen eine Ablenkung in Richtung des Kondensatorfeldes, sie bekommen also eine zusätzliche Geschwindigkeitskomponente v_s senkrecht zu v_p . Das Resultat ist eine vertikale Linie auf dem Leuchtschirm zwischen den Punkten 1 und 2. Das würde sich auch nicht weiter ändern, wenn nicht das durch die Spule erzeugte achsparallele Magnetfeld vorhanden wäre. Die durch die Geschwindigkeitskomponente v_s bewegten Elektronen erfahren nun zusätzlich im Magnetfeld eine Ablenkung, die sie auf eine Kreisbahn lenkt. Der Radius dieser Kreisbahn wird durch das Gleichgewicht von Lorentzkraft, das ist die Kraft, die das Elektron im Magnetfeld erfährt, und Zentrifugalkraft bestimmt:

$$e B v_s = \frac{m_e v_s^2}{R} \quad (3.5)$$

wobei B die magnetische Feldstärke und R der Radius der Kreisbahn bedeuten. Dieser Radius ist also bestimmt durch

$$R = \frac{m_e v_s}{e B} \quad (3.6)$$

Für einen Umlauf auf der Kreisbahn mit der Geschwindigkeit v_s benötigt

ein Elektron also die Zeit

$$t_s = \frac{2\pi R}{v_s} = \frac{2\pi m_e}{B e} \quad (3.7)$$

Diese Umlaufzeit ist für alle Elektronen gleich groß, da sie unabhängig vom Ablenkungswinkel, den die Elektronen im Kondensator erfahren, ist. Die Zeit, die die Elektronen benötigen, um vom Austrittspunkt am Kondensator bis zum Leuchtschirm zu gelangen, können wir ebenfalls bestimmen, wenn diese Strecke durch L gegeben ist:

$$t_p = \frac{L}{v_p} = L \sqrt{\frac{m_e}{2 e U}} \quad (3.8)$$

Wenn wir nun noch die Beschleunigungsspannung an der Blende und das Magnetfeld so einstellen, dass $t_s = t_p$ gilt, so treffen alle Elektronen wieder im Punkte 0 auf den Schirm. Die Linie wird sozusagen auf einen Punkt zusammengezogen. Dann gilt:

$$\frac{e}{m_e} = \frac{8\pi^2 U}{B^2 L^2} \quad (3.9)$$

Da wir die Elementarladung e bereits kennen, ist mit diesem Zusammenhang auch m_e bestimmt, und wir sind am Ziel unseres Experimentes gelangt.

Dieses Beispiel eines physikalischen Experimentes zeigt deutlich, wie die technologischen Möglichkeiten und der theoretische Kenntnisstand sich sinnvoll ergänzen, um gezielte Fragestellungen an die Natur zu richten. Die nun bekannten Werte der Elektronenladung und der Elektronenmasse müssen sich natürlich in zukünftigen Experimenten oder theoretischen Modellen als richtig erweisen. Sollte das jedoch einmal nicht mehr der Fall sein, so müsste die oben zugrunde gelegte Theorie auf ihre Richtigkeit überprüft werden. Bis heute aber gibt es keinen Grund, an diesen Werten zu zweifeln.

Nach diesem kleinen Exkurs in die Theorie der Elektronen wollen wir im Folgenden zwei weitere Beispiele betrachten, durch die wissenschaftlich experimentelle Vorgehensweisen verdeutlicht werden sollen.

Magnetische Kristalle

Was haben Magnetismus und Kristalle miteinander zu tun? Um dies ein wenig zu beleuchten, wollen wir uns zunächst klar machen, was nach physikalischem Verständnis ein Kristall ist, um dann aufzuzeigen, wie der Magnetismus mit bestimmten kristallinen Stoffen zusammenhängt. Der Kristallbegriff bezeichnet eine gewisse Ordnungsstruktur von Atomen oder Molekülen, die grundsätzlich unter entsprechenden Bedingungen bei allen Stoffen beobachtet werden kann. In diesem Zusammenhang werden zwei Begriffe unterschieden, der des Einkristalls und des Polykristalls. Beide Begriffe bezeichnen makroskopische Körper, die in kristalliner Form vorliegen, wobei jedoch der Einkristall einen Körper darstellt, dessen atomare Ordnungsstruktur sich im idealen Fall ununterbrochen über seine gesamten Abmessungen erstreckt; man spricht in diesem Fall auch von einer Fernordnung. Solche Einkristalle können Abmessungen von Bruchteilen eines Millimeters bis hin zu mehr als einem Meter aufweisen. Polykristalle dagegen bestehen aus einem Agglomerat von fest zusammengefügt sehr kleinen Einkristallen. Beide Formen von kristallinen Stoffen haben in der Technik, insbesondere in der Elektrotechnik, Bedeutung erlangt. Man denke zum Beispiel an die Halbleitertechnologie, wo Silicium Einkristalle in höchster Reinheit und mit annähernd perfektem Gefüge hergestellt werden, um daraus das Basismaterial für integrierte Schaltkreise und Computerchips zu gewinnen. Polykristallines Silicium wird zum Beispiel bei der Herstellung der lichtsensitiven Schichten von Photoelementen benutzt. Hinsichtlich des Magnetismus interessiert uns aber eine andere Art von Stoffen, die als Polykristalle hergestellt und zum Beispiel in Radioempfangsgeräten als Antennenbauelemente eingesetzt werden. Diese Stoffe sind unter der Bezeichnung Ferrite bekannt. Was hat es nun mit diesen speziellen Werkstoffen auf sich? Eine ihrer wesentlichen Eigenschaften ist, dass sie ganz einfach gesprochen magnetisch sind. Sie können darum zum Beispiel als Dauermagnete hergestellt werden. Eine andere Eigenschaft, die uns an dieser Stelle interessieren soll, ist die des Einflusses auf hochfrequente elektromagnetische Wellen, und die dabei zu beobachtenden Phänomene, die in der Hochfrequenztechnik eine Rolle spielen. Zum Beispiel ist es möglich mit Ferriten elektromagnetische Strahlung zu Dämpfen, ihr also Energie

zu entziehen, was für die Herstellung von Hochfrequenzbauteilen oder für Abschirmungsschichten gezielt eingesetzt werden kann.

Im Rahmen einer wissenschaftlichen Arbeit am Institut für Werkstoffe der Ruhr Universität in Bochum sollte dieser Effekt der magnetischen Abschirmung bei speziellen Ferriten genauer untersucht werden. Dieser zu untersuchende Werkstoff ist der sogenannte Bariumferrit, welcher auch hinsichtlich seiner speziellen Kristallstruktur als Hexaferrit bezeichnet wird. Kristallstrukturen beschreiben in einheitlicher Weise die Geometrie von Kristallen durch kleinst mögliche geometrische Körper. Um dies ein wenig anschaulicher zu machen betrachte man die Abbildung 3.39.

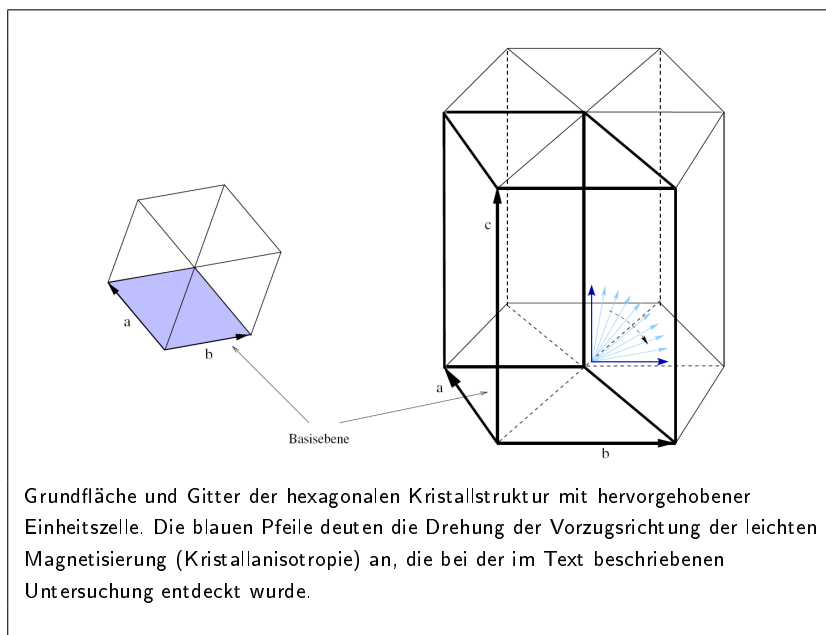


Abbildung 3.39: Die hexagonale Kristallstruktur

Der innere Aufbau eines Einkristalls lässt sich derart denken, dass man auf jeden Eckpunkt des Kristallstrukturgitters ein entsprechendes Atom oder ein Molekül platziert. Die so gebildete Grundstruktur wiederholt sich vielfach in allen Raumrichtungen und bildet so einen makroskopischen Einkristall. Aus der Regelmäßigkeit dieser mikroskopischen Grundstrukturen lassen sich die ebenfalls regelmäßigen Strukturen auf makroskopi-

scher Ebene erklären.

Ein Barium-Ferrit Molekül lautet in der chemischen Schreibweise $BaFe_{12}O_{19}$, es besteht also aus einem Bariumatom (Ba), 12 Eisenatomen (Fe) und 19 Sauerstoffatomen (O), und diese Moleküle bzw. deren Atome sind regelmäßig innerhalb der Grundzelle angeordnet, so dass jedes Atom seinen festen Platz einnimmt. Die Eisenatome innerhalb dieser Struktur tauchen als dreifach positiv geladene Ionen auf und sie besitzen ein magnetisches Moment, und man könnte diese Ionen als Elementarmagnete bezeichnen. Das besondere bei diesem Ferrit, wie bei allen anderen Ferriten auch, ist die Tatsache, dass einige Elementarmagnete eine antiparallele Ausrichtung zu der Mehrzahl der anderen besitzen. Bei der Herstellung des Barium-Ferrits aus seinen Grundsubstanzen ist es nun möglich Fremdstoffe beizumischen wie zum Beispiel Cobalt oder Titanium oder beides gleichzeitig. Dies wirkt sich dann auf das Endprodukt so aus, dass einige der Eisenionen durch Ionen dieser Fremdstoffe, die man auch Substituenten nennt, ersetzt werden. Dieser Sachverhalt drückt sich auch in der Molekülformel aus, die dann wie folgt lautet: $BaTi_xCo_xFe_{12-2x}O_{19}$. Der Faktor x, der auch als Substitutionsgrad bezeichnet wird, deutet hierin an, dass 2x Anteile Eisenionen durch je x Anteile Cobalt und Titanium substituiert werden. Das Ziel der Untersuchung sollte es sein, festzustellen wie sich diese Substitution auf das Dämpfungsverhalten des Ferrits in Bezug auf hochfrequente elektromagnetische Wellen auswirkt. Dazu wurde eine systematische Vorgehensweise angewendet, indem eine Reihe von Ferritproben mit von 0 an zunehmendem Substitutionswert x hergestellt und charakterisiert wurden. Wir wollen an dieser Stelle nicht auf Einzelheiten der Messungen eingehen. Vielmehr war von besonderem Interesse, dass sich die charakteristischen magnetischen Eigenschaften mit zunehmender Beimengung von Titanium und Cobalt unerwartet verhielten, was sozusagen als Nebeneffekt beobachtet werden konnte.

Der reine Barium-Ferrit besitzt eine spezielle magnetische Eigenschaft, die man als kristallinen Anisotropieeffekt bezeichnet. Er bedeutet die Tatsache, dass die magnetischen Momente der Eisenionen im Kristallgitter an eine bevorzugte Richtung gebunden sind, und das ist in diesem Fall normaler Weise die Richtung der c-Achse (siehe Abbildung 3.39), und man spricht dann von der uniaxialen Kristallanisotropie. Bei an-

deren Stoffen taucht eine solche Bindung der magnetischen Momente an die Basisebene auf, welche als planare Kristallanisotropie bezeichnet wird. Um diese Bindung noch etwas verständlicher zu machen kann man sich vorstellen, dass die gebundenen Elementarmomente im Innern des Kristalls sich nicht ohne Energieaufwand aus ihrer bevorzugten Richtung auslenken lassen, wenn man einen solchen Kristall in ein äußeres magnetisches Gleichfeld einbringt.

Das Überraschende bei dieser Untersuchung war nun der Umstand, dass sich die Vorzugsrichtung der magnetischen Momente veränderte, wenn der Substitutionsgrad x größer wurde. So konnte zum Beispiel durch geeignete Untersuchungsmethoden gezeigt werden, dass bei einem Wert $x=0$ deutlich uniaxiale Kristallanisotropie vorlag, während bei einem Wert $x=2,3$ eine planare Kristallanisotropie nachgewiesen wurde. Die ursprüngliche Zielsetzung war es, das elektromagnetische Dämpfungsverhalten des substituierten Barium-Ferrits zu untersuchen. Dieses hängt jedoch qualitativ von der Art der Kristallanisotropie ab, so dass mit den unerwarteten Ergebnissen eine neue Rahmenbedingung für diese Forschungen gegeben waren.

Wir haben durch dieses Beispiel gesehen, wie sich moderne Forschung manchmal geradezu abenteuerlich gestaltet, weil man unter gewissen Umständen mit neuen und unerwarteten experimentellen Ergebnissen konfrontiert wird, die die Erwartungen relativieren und sogar zu einem neuen Wissen und zu einem tieferen Verständnis über das Forschungsobjekt führen. So werden zu dem bereits bestehenden Wissen neue Mosaiksteinchen hinzugefügt, und unsere Erkenntnis, wie in diesem Fall über das magnetische Verhalten der Ferrite, vertieft.

Suche nach neuen Frequenzen

Seit den 60er Jahren des 20. Jahrhunderts kennen wir das LASER-Licht. Das Wort LASER steht für **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation, und dies drückt auch schon recht gut aus, was das besondere an diesem LASER-Licht ist, nämlich die Tatsache, dass der LASER eine Lichtquelle ist, welche Licht nicht nur einfach erzeugt, sondern auch verstärkt. Die Betonung liegt dabei auf dem Wörtchen ›verstärkt‹.

Licht kann auf vielfältige Weise technisch erzeugt werden, und dann mittels optischer Elemente parallel ausgerichtet, aufgeweitet oder gebündelt werden. dass man aber Licht gerade so wie eine elektrische Spannung auch verstärken kann, das ist etwas qualitativ neues. Neu sind auch die spezifischen Eigenschaften des Lichts aus dem LASER, wie zum Beispiel die sehr hohe spektrale Reinheit. LASER-Licht ist annähernd monochromatisch, seine Lichtwellenfrequenzen liegen also bei einem festen Wert. Das Licht, welches die Sonne aussendet, enthält dagegen Wellen mit Frequenzen, die über den ganzen optisch sichtbaren Bereich und auch diessseits und jenseits davon verteilt sind. Einige LASER-Systeme, wie zum Beispiel der Helium-Selen-LASER, erzeugen allerdings Licht bei mehr als nur einer Frequenz. Ihre Strahlung enthält mehrere deutlich gegeneinander abgegrenzte Frequenzen. Diese Tatsache kann mit einfachsten Mitteln sehr eindrucksvoll nachgewiesen werden, indem man in den LASER-Strahl ein optisches Prisma stellt. Dieses Prisma hat bekanntlich die Eigenschaft, Lichtwellen verschiedener Frequenz unterschiedlich stark zu brechen. Lässt man nun den durch das Prisma hindurch gelauenen LASER-Strahl auf eine gut reflektierende Fläche fallen, so sieht man mehrere einzelne in verschiedenen ihren Wellenlängen bzw. ihren Frequenzen entsprechenden Farben leuchtende Punkte.

Bei der Untersuchung des schon erwähnten Helium-Selen- LASERs am Institut für Elektrooptik an der Ruhr-Universität in Bochum stellte sich die Frage ob das Licht dieses LASERs noch weitere Frequenzen, als die bereits nachgewiesenen, enthält. Bevor wir uns den Umständen dieser Suche nach neuen LASER-Frequenzen zuwenden, wollen wir uns noch etwas genauer ansehen, was ein LASER ist, und wie er arbeitet.

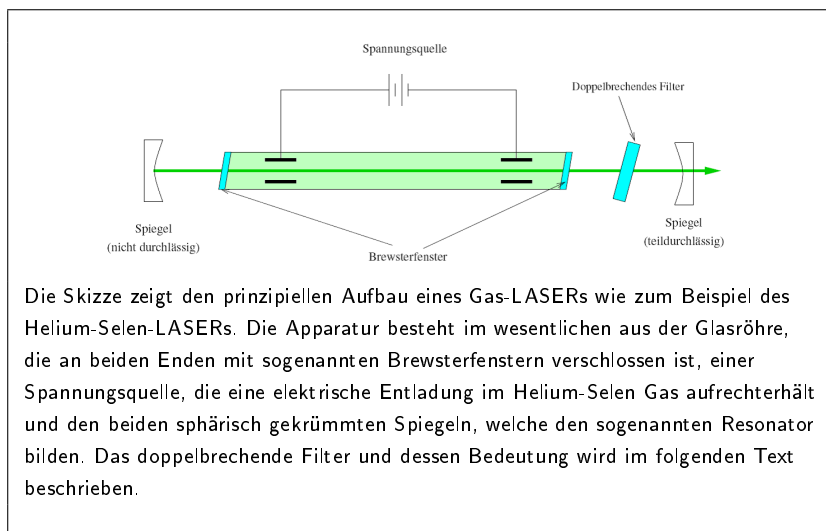


Abbildung 3.40: Prinzip eines Gaslasers

Das in der Skizze auf der Abbildung 3.40 dargestellte Glasrohr ist mit einem Gemisch aus Helium und Selen gefüllt. Dieses Gasmischung ist das LASER-Medium, das auch aktives Medium genannt wird. In dieser Röhre wird nun durch eingelassene Elektroden mittels einer an selbige angelegte hohe elektrische Spannung eine elektrische Entladung gezündet, welche das Gas zu intensivem Leuchten anregt. Dieses Licht ist aber noch kein LASER-Licht. Erst durch die sphärischen Spiegel beiderseits der Röhre und die speziellen Wechselwirkungen zwischen dem an den Spiegeln reflektierten Licht und den Gasmolekülen gelingt es, eine Lichtverstärkung zu erreichen. Wenn man einen der Spiegel so herstellt, dass er einen gewissen Anteil des auf ihn treffenden Lichts hindurch lässt, kann ein entsprechender Anteil der LASER-Strahlung austreten. Dies ist dann der eigentliche nutzbare LASER-Strahl mit all seinen charakteristischen Eigenschaften.

Der Labor-LASER am Institut für Elektrooptik erzeugte mehr als 28 unterschiedliche LASER-Linien, und es sollte nun versucht werden noch weitere Linien nachzuweisen, von denen man aufgrund von speziellen Untersuchungen des Helium-Selen Gases vermutete, dass sie existieren. Um zu verstehen, warum bei einem LASER nicht immer alle nur möglichen LASER-Linien auch tatsächlich auftauchen, müssen wir noch einige Be-

merkungen zu den Vorgängen im LASER-Medium während des Betriebes machen.

Wenn die Strahlung eines LASERs mehrere Linien enthält, so sind diese nicht unabhängig voneinander. Es kann zum Beispiel vorkommen, dass zwei oder mehrere der möglichen LASER-Linien eines Systems auf der Ebene der atomaren bzw. molekularen LASER spezifischen Prozesse in gegenseitiger Konkurrenz zueinander stehen, so dass sogar eine vollständige Unterdrückung einer Linie durch eine oder mehrere andere möglich ist. Eine solche Linie kann in der Folge im realen LASER-System nicht anschwingen, obwohl sie prinzipiell als LASER-Linie existiert. Die Frage ist nun, ob es gelingen kann diese Prozesse zu Gunsten bestimmter Linien zu verbessern zum Beispiel dadurch, dass man das Anschwingen der vorhandenen Linien verhindert. Dann könnte es möglich sein dem LASER-System auch solche Linien zu entlocken, die unter ›normalen‹ Bedingungen nicht auftreten. Glücklicherweise existiert eine sehr einfache Möglichkeit, dies zu erreichen und zwar mit Hilfe eines sogenannten *doppelbrechenden Filters*. Dieses Filter ist nichts weiter als eine planparallele Quarzscheibe. Sie wird innerhalb des LASER-Resonators zwischen einem der Brewsterfenster und einem Resonatorspiegel so angeordnet, dass der LASER-Strahl durch sie hindurchtreten muss. Dabei ist die kreisrunde Quarzscheibe so angeordnet, dass ihre Flächennormale mit der Strahlachse den Brewsterwinkel bildet. Außerdem kann sie, was für das Experiment wesentlich ist, um ihre Normalenachse gedreht werden. Es zeigt sich nun, dass es eine Abhängigkeit des Transmissionsgrades für LASER-Licht vom Drehwinkel gibt und dies zudem noch in Abhängigkeit von der Wellenlänge bzw. von der Frequenz. Mit anderen Worten, durch Verdrehen des Filters im Resonator kann für eine Wellenlänge des LASER-Lichts eine maximale Transmission erreicht werden bei gleichzeitiger Verringerung der Transmission für alle anderen Wellenlängen. Stellt man den Drehwinkel des Filters nun auf maximale Transmission für eine Wellenlänge ein, die einer normalerweise nicht anschwingenden Linie entspricht, so könnte diese zum Anschwingen gebracht werden.

Der theoretische Zusammenhang zwischen dem Verdrehungswinkel des Filters und der Lichtwellenlänge maximaler Transmission wurde ebenfalls am genannten Institut entwickelt. Diese Theorie liefert die Graphen der sogenannten Filterkurven, und sie stimmen mit den experimentellen Er-

gebnissen gut überein.

Die Fragestellung, die dieser Arbeit am Helium-Selen LASER zugrunde lag, war die, ob bei ganz bestimmten Wellenlängen bei diesem speziellen LASER-System tatsächlich LASER-Strahlung auftritt oder nicht. Zu dieser Zeit im Mai des Jahres 1988 waren nach dem Kenntnisstand am besagten Institut die Wellenlängen bei 501,932nm, 511,74nm, 513,38nm und 648,306nm zwar als LASER-verdächtig bekannt, aber sie waren noch nicht experimentell als existent nachgewiesen. Durch den Einsatz des oben beschriebenen doppelbrechenden Filters gelang dieser experimentelle Nachweis schließlich für die vier Wellenlängen.

Dieses hier geschilderte experimentelle Forschungsbeispiel hat zwar keine revolutionierenden Ergebnisse zu Tage gefördert, aber es konnte dadurch ein weiteres Mosaiksteinchen des Wissens um ein spezielles LASER-System hinzugefügt werden. Neben den rein experimentellen Ergebnissen ist es aber auch interessant, den theoretischen Hintergrund zu betrachten. Bei der Herleitung der Theorie für das Verhalten des doppelbrechenden Quarzplättchens wurde zum Beispiel die Theorie der Doppelbrechung in Kristallen als gültig vorausgesetzt. Die Übereinstimmung von Theorie und Experiment in Bezug auf die bereits erwähnten Filterkurven hat somit die Richtigkeit der Theorie der Doppelbrechung bestätigt. Diesen Aspekt wollen wir im Folgenden noch ein wenig eingehender beleuchten, um seine Bedeutung für den Erkenntnisgewinn durch die Wissenschaft deutlicher herauszustellen.

3.3.5 Theorie und Experiment

Das Verhältnis zwischen theoretischer und experimenteller Forschung ist wechselseitig. Eine Theorie kann Aussagen über den Ausgang vieler Experimente liefern. Ein einziges Experiment jedoch, welches sich mit der ihm zugrunde liegenden Theorie nicht vereinbaren lässt, kann den Wahrheitsgehalt dieser Theorie mindern oder gar ganz zunichte machen. Dies können wir dann leichter verstehen, wenn wir uns klar machen, was denn Theorie eigentlich ist und worin ihre Aufgabe besteht. Wir wollen dazu alleine die Physik als eine sogenannte exakte Wissenschaft betrachten. In diesem Forschungszweig begegnen uns die theoretischen Grundlagen derart, dass sie als Versuch einer möglichst allgemeingültigen bzw. grund-

legenden Darstellung der in der unbelebten Natur beobachtbaren Phänomene oder Vorgänge bezeichnet werden können. Um das zu erreichen bedienen sich die Theoretiker unterschiedlicher Hilfsmittel und verschiedener Darstellungsformen, die letztlich derart allgemeinverständlich sein müssen, so dass wenigstens die Physiker diese Darstellungen verstehen und nachvollziehen können.

Um einem Missverständnis an dieser Stelle vorzubeugen, müssen wir berücksichtigen, dass es bei unserer Betrachtung der Theorie in der Physik nicht darum geht, wie ein Physiker als Mensch durch seine fantasiehaften Vorstellungen, seine Intuitionen oder auch seine Beobachtungen zur Darstellung einer theoretischen Aussage kommt, dies nachzuvollziehen ist dem Physiker selbst im Nachhinein vielleicht gar nicht mehr möglich. Es geht vielmehr darum, zu sehen, welche Möglichkeiten sich diese Darstellungsformen bedienen² und welche Prinzipien ihnen zu Grunde liegen. Betrachten Sie einmal das Buch, welches Sie jetzt gerade lesen. Dieses Buch, wie auch jedes andere, stellt für den Lesenden eine Art Informationsquelle dar. Informationen sind mittels der *geschriebenen Sprache* geradezu darin konserviert, und in so fern könnte man Bücher als ›geistige Nahrungskonservendosen‹ betrachten. Der Dialog zwischen zwei Menschen wäre dann als so etwas wie ›geistige Frischnahrung‹ anzusehen. Unsere Sprache, ob gesprochen oder geschrieben, ist eine der Darstellungsformen, durch die theoretische Aussagen sich ausdrücken lassen. Dazu ein kleines Beispiel:

Licht ist eine Form von Energie, die sich im Raum durch elektromagnetische Wechselfelder frei ausbreiten kann.

Diese Aussage ist bereits ein Ansatz, das Phänomen des Lichts theoretisch darzustellen und damit gleichzeitig auf grundlegendere Begriffe zurückzuführen. Wir wollen diese Aussage hier einmal als unsere kleine Lichttheorie (kL) bezeichnen. Die kL besagt also:

1. Licht ist eine Energieform
2. Licht breitet sich aus
3. Licht lässt sich als elektromagnetisches Wechselfeld auffassen.

²Wir haben uns übrigens bereits in vorausgegangenen Abschnitten stillschweigend einiger dieser Darstellungsformen bedient, was dem aufmerksamen Leser sicher nicht entgangen ist.

Wenn die kL stimmt, dann muss es für ihre einzelnen Behauptungen auch experimentelle Bestätigungen geben, um nicht eine bloße Wortspielerei zu bleiben, sondern eine richtige grundlegende Erkenntnis des Lichts darzustellen. Einen Hinweis für die Richtigkeit von Punkt 1 liefert die Biophysik der Pflanzen, bei denen festgestellt wurde, dass sie Lichtenergie in chemische Energie umwandeln, die sie für ihre Stoffwechselprozesse weiter verwenden. Eine grundlegende Eigenschaft der Energie als solche lässt sich also hier beobachten, nämlich die der Umwandlung von einer in eine andere Form. Auf dem gleichen Prinzip beruht auch ein rein technisches System, die photovoltaische Anlage. Diese Anlage wandelt das Licht der Sonne in elektrische Energie, und durch eine weitere Wandlung wird diese Energie elektrochemisch gespeichert.

Zum zweiten Punkt unserer kL lässt sich sagen, dass schon recht früh in der Wissenschaftsgeschichte die Auffassung vertreten wurde, dass Licht sich mit einer endlichen Geschwindigkeit ausbreite. Und es wurden unterschiedliche Versuche unternommen, diese Geschwindigkeit zu messen. Wenn sich durch ein Experiment in der Tat eine endliche Lichtgeschwindigkeit bestimmen ließe, so wäre das eine Bestätigung der Aussage, dass das Licht sich wirklich ausbreitet und nicht instantan den Raum erfüllt. Die Skizze auf der Abbildung 3.41 zeigt den Prinzipiellen Aufbau des Experimentes, welches Armand Fizeau im Jahr 1849 zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit durchführte.

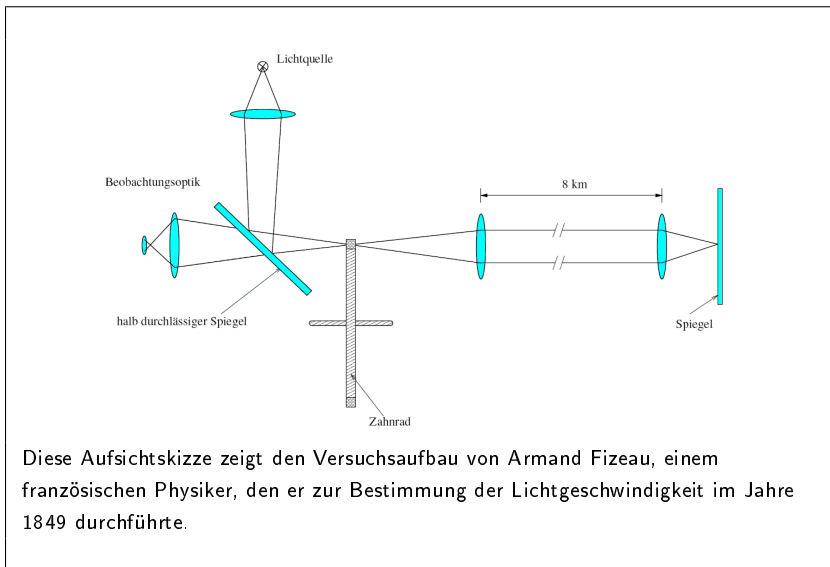


Abbildung 3.41: Der Fizeausche Versuchsaufbau zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit

Ein Lichtstrahl wird dabei durch eine Linse fokussiert und an einem halbdurchlässigen Spiegel so abgelenkt, dass er in seinem Brennpunkt genau auf die Zahnreihe eines Zahnrades fällt. Das Zahnrad rotiert mit einer einstellbaren Geschwindigkeit und zerhackt den Lichtstrahl sozusagen in Lichtimpulse. Läuft der Strahl gerade durch eine Lücke der Zahnreihe, so wird er mit Hilfe einer Optik auf eine 8 km lange Strecke gelenkt an deren Ende ein zweiter ebener voll reflektierender Spiegel angebracht ist. An diesem Spiegel wird der Lichtstrahl reflektiert und zurückgeschickt. Auf seinem Rückweg muss er wieder auf den Zahnkranz des Rades treffen, welches über eine Beobachtungsoptik betrachtet werden kann. Nehmen wir an, das Zahnrad rotiere anfangs mit einer relativ niedrigen Geschwindigkeit. Der Beobachter wird das regelmäßige Aufblitzen des reflektierten Lichtes sehen, wenn es auf seinem Rückweg die Zahnkranzlücken passiert. Nun steigern wir die Rotationsgeschwindigkeit, so dass der Beobachter wegen der Trägheit des Auges am Orte des Zahnkranzes einen leuchtenden Streifen sehen wird. Was wird aber geschehen, wenn wir die Drehung des Zahnrades noch weiter steigern? Nun, bei einer ganz bestimmten Rotationsgeschwindigkeit wird der Beobachter plötzlich kein

reflektiertes Licht mehr erkennen können, und zwar gerade dann, wenn ein hinlaufender Lichtpuls, der eine Lücke passiert hat, auf seinem Rückweg gerade auf den der Lücke folgenden Zahn trifft. Wenn dieser Zustand erreicht ist, können wir mit Kenntnis der Rotationsgeschwindigkeit, der Breite von Zahnkranzlücken und -zähnen und der vom Lichtstrahl durchlaufenen Strecke die Geschwindigkeit des Lichtes bestimmen. In der Tat ergaben die Experimente Fizeaus einen endlichen wenngleich auch sehr großen Wert, und somit ist die Aussage unter Punkt 2 der kL bestätigt.³

Nun kommen wir noch zum dritten und letzten Punkt der kL. Im Grunde sind die beiden ersten Behauptungen unseres theoretischen Satzes in dem letzten enthalten, denn wir wissen heute, dass elektromagnetische Wellen Energie transportieren und sich zudem mit Lichtgeschwindigkeit im Raum ausbreiten. Somit könnten wir die kL auf diese eine Aussage, dass Licht eine elektromagnetische Wellenerscheinung ist, reduzieren. Der Energietransport mit Lichtgeschwindigkeit durch diese speziellen Wellenerscheinungen lässt sich höchst interessanter Weise direkt aus dem mathematischen Formalismus Maxwells ableiten, er ergibt sich also als eine Schlussfolgerung aus rein theoretischen Ansätzen. Das Phänomen des Lichts fügt sich, wenn man es als elektromagnetische Welle auffasst, in die Theorie der elektrischen und magnetischen Felder und speziell in die der sogenannten Elektrodynamik ein. Wir müssen aber trotz dieser guten Übereinstimmung auch experimentelle Bestätigungen anführen können, durch die das Licht sich als elektromagnetisches Phänomen bestätigen lässt. Dazu wollen wir noch einmal das weiter oben beschriebene Experiment betrachten, bei dem es um die Suche nach LASER-Linien am Helium-Selen-LASER ging. Wir erinnern uns, dass man dazu ein doppelt brechendes planares Quarzplättchen als optisches Element im Resonator des LASERs platzierte, um dadurch über den Effekt der Doppelbrechung ganz spezifische Verhältnisse im LASER-System zu erreichen. Bei der Herleitung des optischen Einflusses des Quarzplättchens auf die LASER-Strahlung, die ja nichts anderes als Licht ist, wurde vorausgesetzt, dass dieses LASER-Licht eine elektromagnetische Welle sei. Diese Annahme führte letztlich zu keinem Widerspruch sondern zu theoretischen Ergebnissen, die mit den experimentellen Messungen gut übereinstimmten.

³Wir rechnen heute mit einem Wert für die Lichtgeschwindigkeit von 299 792 Kilometern pro Sekunde.

Somit haben wir also in diesem Experiment, wenngleich es auch nicht zu diesem Zweck durchgeführt wurde, eine Bestätigung der dritten Aussage unserer kL .

Die Darstellungsformen theoretischer Aussagen beschränken sich nicht alleine auf die Sprache, die wir sprechen, und die sich in ihrer schriftlichen Form im Wesentlichen auf das aus 26 verschiedenen Symbolen bestehende Alphabet stützt. Die Sprache der Mathematik mit ihrer ihr eigenen Symbolik und Terminologie scheint sich in besonderer Weise für die Darstellung wissenschaftlicher Zusammenhänge zu eignen. Wir werden dies im folgenden Kapitel eingehender betrachten.

Was sind nun unsere wissenschaftlichen Erkenntnismöglichkeiten?

Wir haben gesehen, dass der wissenschaftlich und forschend tätig Mensch sich im Laufe der Zeit immer komplexere Forschungsmittel ersonnen und produziert hat, mit denen er seinem Interesse und seiner Neugierde an der Welt nachgegangen ist. Dies hatte eine enorme Fülle an neuen Einsichten und Entdeckungen zur Folge, die unser Bild von der Welt mehr und mehr vertieft und differenziert und auch immer wieder korrigiert haben. Wir können also sagen, dass uns die Forschung, insbesondere die experimentelle bzw. instrumentelle Forschung, weit über die bloße Wahrnehmung der realen Welt hinaus geführt hat, zu einer Erkenntnis derselben, die uns zwar immer noch vielfältig Informationen für unsere Sinne liefert, die aber darüber hinaus auch eine spezifische rein geistige Komponente auf der Basis unseres sprachlichen Vermögens gebildet hat. Diese Komponente, die theoretische Wissenschaft, steht uns heute neben der betrachtenden experimentellen Forschung als mindestens gleichrangige Erkenntnismöglichkeit zur Verfügung.

Kapitel 4

Beschreibung

Wir haben nun bis zu diesem Punkt den Begriff der wissenschaftlichen Erkenntnis aus unterschiedlichen Blickrichtungen betrachtet und dabei den Versuch unternommen, seine Mehrschichtigkeit aufzuzeigen. Wir haben die Grundlagen unserer biologischen Wahrnehmungsmöglichkeiten, die auf den Sinnesorganen beruhen, und die Versuche, die Wahrnehmbarkeit der äußeren objektiven Welt mit Hilfe von technischen Systemen zu erweitern und damit gleichsam die uns durch unsere Biologie gesetzten Grenzen zu überschreiten, dargestellt. Wir haben darüber hinaus in Ansätzen gesehen, wie wissenschaftliche Experimente und Theorie zusammenhängen und welche Bedeutung ihnen insbesondere in der Physik als einer exakten Wissenschaftsdisziplin zukommt. Durch diese Darstellungen sollte keine auch nur in Teilbereichen auf Vollständigkeit Anspruch erhebende Abhandlung des Themas *Wissenschaft* gegeben werden. Vielmehr haben wir exemplarisch hier und da ein ›Spotlight‹ auf einige Aspekte der Bemühungen um wissenschaftliche Erkenntnis gerichtet.

Wenn der Leser einen ›roten Faden‹ finden will, so wird er ihn nicht in einer Chronologie der Wissenschaft und auch nicht in der Einführung oder der Vertiefung in ein wissenschaftliches Lehrfach finden.¹ Der Leitfaden dieses Buches ist der Versuch, eine Begriffsdarstellung für den

¹Es wäre allerdings erfreulich, wenn der ein oder andere dennoch einiges Neues durch die Lektüre für sein Fach lernen kann.

Begriff der *wissenschaftlichen Erkenntnis* zu entwickeln, wobei bereits deutlich geworden ist, dass wir dabei im Grunde die Wahrnehmung und die Auseinandersetzung mit der objektiven Realität durch den Menschen in den Mittelpunkt gestellt haben. Diese Wahrnehmung spielt sich natürlich zuerst auf der Grundlage unserer biologischen Möglichkeiten ab. Dann aber entwickelt sie sich durch Kreativität gepaart mit Technologien und gezielten Fragestellungen zu immer wieder neuen und tieferen Einsichten in die reale Welt. Die geistige Komponente des Forschens und der wissenschaftlichen Arbeit tritt mit der Einführung und der Formulierung von Theorien immer deutlicher in Erscheinung. In diesem letzten Kapitel wollen wir nun unser Augenmerk insbesondere auf diese geistige Seite der Wissenschaft lenken.

4.1 Wissenschaft in Wort und Schrift

Jeder von uns ist Tag für Tag mit irgend etwas beschäftigt, im Grunde eine triviale Feststellung. Aber nur die wenigsten rekapitulieren das, was sie getan, gesagt oder gedacht haben derart, dass sie es schriftlich fixieren. In der Wissenschaft und in der Forschung ist es hingegen geradezu selbstverständlich eine Dokumentation zu verfassen. Es muss wenigstens für die Fachkollegen nachvollziehbar sein, was ein Wissenschaftler untersucht hat, wie er es getan hat und zu welchen Ergebnissen seine Untersuchungen geführt haben. Die Zahl der Veröffentlichungen eines Wissenschaftlers gilt teilweise als Maß für seine Kompetenz. Die Sprache in ihrer schriftlichen Form bildet dabei die Grundlage für alle diese Bemühungen von wissenschaftlich tätigen Personen, ihr Tun weiterzugeben und damit einem größeren Personenkreis Einsicht zu gewähren in die eigene Tätigkeit, in eigene Gedanken und Meinungen und vor allem in Ergebnisse von Untersuchungen, die von einem allgemeineren Interesse sein könnten.

Wir wollen im Folgenden nicht etwa auf die formalen Aspekte wissenschaftlicher Artikel eingehen, es soll vielmehr der Versuch unternommen werden, den Zusammenhang zwischen wissenschaftlicher Erkenntnis und den Sprachen in denen sie sich ausdrückt wenigstens in Ansätzen darzulegen.

Unsere Sprache ist die Grundlage für die geistige Auseinandersetzung mit unserer Umwelt, zu der natürlich auch die Mitmenschen gehören, mit denen wir mittels der Sprache Gedanken, Ansichten und Meinungen, sei es in schriftlicher oder in gesprochener Form, austauschen.² Wie können wir nun die Sprache charakterisieren? Was macht sie zu einem Instrument der Verständigung zwischen Personen und zu einem Werkzeug, mit dessen Hilfe sowohl Erkenntnisgewinn als auch deren Weitergabe möglich wird?

Sprache als solche weist einige Parallelen auf zwischen ihrer gesprochenen und ihrer schriftlichen Form, was dadurch verdeutlicht werden kann, dass wir die Physiologie des Sprechens einmal differenziert betrachten. Beim Sprechen eines Wortes zum Beispiel bilden wir mit Hilfe der entsprechenden Organe einzelne unterscheidbare *Laute*, die wir relativ fließend miteinander verbinden, so dass die entstehende *Lautsequenz* das Wort, welches wir aussprechen wollten darstellt. Nach bestimmten Regeln verknüpfen wir mehrere verschiedene solcher Lautsequenzen zu *Ketten*, mit vielen solcher Ketten beschreiben wir Gegenstände, drücken bildhafte Vorstellungen aus, teilen unsere Gedanken mit oder lassen verlauten, was wir getan haben. In der Schriftform der Sprache finden wir zu den *Lauten Buchstaben* als Entsprechung, zu den *Lautsequenzen Wörter* und zu den *Ketten* aus Lautsequenzen die *Sätze*. Diese Grundbestandteile der Sprache reichen im Grunde aus, um damit eine Grundlage für eine sprachliche Verständigung zu bilden, wenn die damit verbundenen Regeln und Konventionen eingehalten werden. Konventionen sind zum Beispiel nötig, um ganz bestimmten Buchstabenfolgen eindeutige Bedeutungen zuzuordnen, und Die Regeln sind die der Syntax und der Semantik, nach denen wir uns bei der Bildung von Wörtern und Sätzen richten. Die Syntax der deutschen Sprache schreibt uns zum Beispiel vor, dass wir den ersten Buchstaben von Nomen groß schreiben, wie auch den Anfangsbuchstaben des einen Satz einleitenden Wortes. Aber auch alle weiteren

²Wenn ich an dieser Stelle die geistige Komponente unseres Menschseins mit unseren Fähigkeiten des Sprechens, Schreibens und Lesens zu erklären versuche, so ist damit ganz sicher nur eine bruchstückhafte Darstellung möglich. Die geistige Dimension geht sicher über diese Fähigkeiten hinaus, was deutlich wird, wenn man zum Beispiel nur einmal die Fähigkeiten zum Denken in Bildern oder die der Intuition erwähnt. Dennoch bin ich der Meinung, dass die Sprache, der wir uns in verschiedenen Formen bedienen, ein wesentlicher Aspekt unseres Geistseins und vor allem unseres geistigen Ausdrucksvermögens ausmacht.

Rechtschreibungsregeln und Interpunktionsregeln lassen sich unter dem Begriff Syntax subsumieren. Die Semantik legt den regulären Aufbau von Sätzen fest, so dass in der deutschen Sprache zum Beispiel zu einem vollständigen Satz immer die Satzteile Subjekt, Prädikat und Objekt gehören.

Ein sehr großer Teil unseres Vokabulars besteht aus Nomen, von denen wiederum viele Bezeichnungen für die Gegenstände der äußeren Welt sind. Damit wird bereits klar, dass wir mittels der Sprache in der Lage sind, Aussagen oder auch, allgemeiner gesagt, Informationen über die uns umgebende reale gegenständliche Welt sprachlich oder schriftlich auszudrücken. Dies können wir auch so formulieren, dass wir mit der Sprache eine Möglichkeit der Abbildung und der Codierung der Welt besitzen, durch die die Gegenstände ihre Entsprechung in Lautsequenzen bzw. Buchstabenfolgen haben.

Nehmen wir einmal die Buchstabensequenz T-i-s-c-h. Das Wort, welches damit gebildet wird, bezeichnet einen Gegenstand, der wohl in jedem Haus mehrfach und in unterschiedlicher Ausführung vorzufinden ist, und jeder von uns verbindet damit eine bildhafte Vorstellung, weil wir diesen Gegenstand oft genug gesehen haben. Die Buchstabensequenz C-o-m-p-u-t-e-r zum Beispiel steht für ein mittlerweile wohl bekanntes komplexes elektrotechnisches System, mit dem man neben der Durchführung von mathematischen Berechnungen auch Texte, wie mit einer Schreibmaschine, verfassen und nebenbei auch auf einem Speichermedium abspeichern und auf einem Drucker ausdrucken kann. Neben den geistigen Bildern, die wir mit Wörtern, welche für Gegenstände benutzt werden, assoziieren, haben wir zusätzlich sehr oft auch eine mehr oder weniger ausführliche Vorstellung davon, wozu man diesen Gegenstand benutzen kann, oder welche Funktion er besitzt. Die Konventionen innerhalb der Sprache legt unter anderem fest, dass es für einen bestimmten Gegenstand auch immer nur eine Buchstabensequenz gibt, alles andere würde zur Uneindeutigkeit und damit zu Verwirrungen führen.³ Die Wörter

³Wenn ein Gegenstand auch mit mehreren Wörtern bedeutet wird, so stehen diese Wörter jedoch auf verschiedenen Bedeutungsebenen. So können wir eine Blume einfach nur Blume nennen, oder wir nennen sie bei ihrer Artbezeichnung, zum Beispiel Krokus. Mehrdeutigkeiten von Wörtern, wie zum Beispiel das Wort Glas, welches zur Bezeichnung eines Trinkgefäßes und ebenso zur Bezeichnung eines speziellen Werkstoffes benutzt wird, bilden Ausnahmen von der eindeutigen Zuordnung. Ihre Be-

unserer Sprache, die keine Nomen sind, stellen entweder schmückendes, genauer bezeichnendes und manchmal schönes manchmal nettes Beiwerk (Adverbien, Adjektive) und die sehr wichtigen für die Bildung von Sätzen notwendigen Bestandteile (Verben, Pronomen, Artikel, u.a.) dar. So können die folgenden drei Buchstabensequenzen:

T-i-s-c-h G-l-a-s M-i-n-e-r-a-l-w-a-s-s-e-r

durch die Sequenzen:

A-u-f d-e-m s-t-e-h-t e-i-n m-i-t d-a-r-i-n.

zu dem regulären Satz:

Auf dem Tisch steht ein Glas mit Mineralwasser darin.

zusammengefügt werden, dessen Informationsgehalt bzw. Bedeutung, welche sich auf die Beschreibung eines bestimmten Sachverhaltes bezieht, jedem verständlich ist.

Warum aber verstehen wir das, was jemand spricht und das, was wir lesen? Und warum wissen wir, wie wir uns schriftlich mitteilen müssen? Eine vordergründige Antwort finden wir natürlich in der Betrachtung unserer gesellschaftlichen Entwicklung, die sich in einer Welt vollzieht, in der gesprochen wird, in der geschrieben und gelesen wird, und in der wir uns als Heranwachsende scheinbar selbstverständlich an das, was an Selbstverständlichkeit vorgelebt wird, anpassen. Dies trifft aber nicht den Kern dessen, worauf es uns an dieser Stelle ankommen soll. Trotz aller Selbstverständlichkeit, mit der wir Sprechen, Lesen und Schreiben in unser Leben integriert haben, braucht es ein weiteres wesentliches Element, um eine gemeinsame Verständigung darauf aufzubauen. Wir wollen dieses Element, wie bereits weiter oben schon geschehen, die Konvention nennen. Die Konvention innerhalb der Sprache darf nicht mit den Regeln verwechselt werden, nach denen wir Wörter aus Buchstaben und Sätze aus Wörtern bilden. Sie stellt vielmehr eine Übereinkunft über den

deutung wird meistens bereits im Kontext eines Satzes, in dem sie benutzt werden, deutlich.

Gebrauch eines Wortes oder auch Begriffs dar, und legt dessen Bedeutung fest. Mit Hilfe der Konvention sind wir also in der Lage Gebrauch und Bedeutung von Wörtern und Begriffen auf eine allgemein verständliche Basis zu stellen. Somit erst macht es überhaupt einen Sinn ein Buch zu schreiben oder eines zu lesen oder mit jemandem sich mündlich auszutauschen. Nur durch die Konvention können wir wenigstens die Begründung zu der Hoffnung haben, dass wir das Gesprochene und das Geschriebene verstehen und uns ebenso verständlich mitteilen können. Andererseits kann es zu Missverständnissen oder gar zu gänzlichem Unverständnis führen, wenn diese Grundlage der Konvention bei verschiedenen Menschen unterschiedlich ausgeprägt ist. Das wird zum Beispiel besonders deutlich, wenn ein Spezialist in der Fachterminologie seines Faches schreibt oder spricht und dabei Wörter und Begriffe benutzt, deren Gebrauch und Bedeutung ihm sehr wohl vertraut sind, bei seinen Zuhörern oder seinen Lesern aber gegebenenfalls auf Unverständnis stoßen, nämlich genau dann, wenn deren Konventionsbasis weniger differenziert oder bezüglich des Fachgebietes des Spezialisten kaum vorhanden ist.

In den vergangenen Jahren hat sich insbesondere im Fachgebiet der elektronischen Daten Verarbeitung (EDV) eine merkbliche sprachliche Entwicklung ergeben, die deutlich macht, dass die Sprache einem fortschreitenden Prozess unterliegt. Wegen des Verkaufserfolges von Computern zeichnet sich auf diesem Gebiet immer deutlicher ab, dass Fachbegriffe immer mehr auch in die breite Öffentlichkeit hineindiffundieren. Die einzelnen Komponenten eines Computersystems, das Vokabular, mit dem die Leistungsmerkmale eines Computers beschrieben werden und die Namen vieler neu entwickelter Softwareprodukte, gehören mehr und mehr zum Vokabular eines Computerbesitzers. Es werden sogar eigens EDV-Lexika angeboten. Wer hier mitreden will, muss entsprechend neue Begriffe erlernen, er muss sozusagen seine sprachliche Konventionsbasis entsprechend erweitern.

Wissenschaftler arbeiten in der Regel innerhalb ihres Fachgebietes an sehr speziellen Teilbereichen, die oft eine weitergehende Spezialisierung der Fach Terminologie erforderlich machen, und manchmal reichen die bereits bestehenden sprachlichen Möglichkeiten nicht mehr aus. So zum Beispiel, wenn neue Effekte oder Ergebnisse im Laufe einer Forschung er-

arbeitet werden, dann werden diese mit neuen Namen benannt. Es kann aber auch nötig sein, einen bestehenden Begriff bezüglich seines Inhaltes oder seiner Bedeutung zu erweitern oder neu auszulegen, so dass sich in einem solchen Fall die bestehende Konvention ändert. Auf dieser Ebene können wir, wenn wir es wollen, Fortschritte der wissenschaftlichen Erkenntnis beobachten. Diese ist naturgemäß nicht so spektakulär und das Leben so unmittelbar verändernd wie die Fortschritte in der Technologie und der damit verbundenen neuen Produkte, aber sie ist ganz sicher von grundlegenderer und für den bloßen Erkenntnisgewinn von größerer Bedeutung als aller technologischer Fortschritt. Damit erklären wir aber, dass wissenschaftliche Erkenntnis und die Sprache der Wissenschaft unmittelbar miteinander verbunden sind und zwar nicht nur in einer gegenseitigen Ergänzung, sondern auf einer Ebene, die der Erkenntnis selbst entspricht. Die Sprachen der Wissenschaft sprechen und ihre Konventionen weiter zu entwickeln beinhaltet somit gleichzeitig eine Art wissenschaftlicher Fortschritt und Erkenntnisgewinn.

Um dies besser zu verstehen, müssen wir uns vergegenwärtigen, dass sehr viele Begriffe in der Wissenschaft nicht nur Wörter sind, die irgendwelche Gegenstände oder physikalische Körper bezeichnen. Es sind gerade die besonders wichtigen Begriffe, welchen keine gegenständliche, sondern vielmehr eine abstrakte Bedeutung zukommt. Eine klar umrissene und allgemein verständliche Darstellung des Inhaltes solcher Begriffe ist mitunter recht schwierig, da ihnen innerhalb der Wissenschaft oftmals eine Bedeutung innewohnt, die von Alltagsbegriffen gänzlich abweichen, und die sich der Anschauung entziehen.

4.1.1 Einige physikalische Begriffe

Wenden wir uns nun einigen konkreten Beispielen zu, um daran noch einmal zu verdeutlichen, was wir mit gegenständlicher und abstrakter Bedeutung und mit dem Inhalt von Begriffen und der sprachlichen Konvention meinen.

Weg: Eine der grundlegenden physikalischen Begriffe ist der des Weges. Im allgemeinen denken wir bei dem Wort Weg an einen Untergrund in

einer Landschaft, der aufgrund seiner Beschaffenheit zum darauf Entlanglaufen geeignet ist. In der Physik aber bedeutet ein Weg eine Größe, die man am besten mit einer Linie im Raum, welche einen Anfang und ein Ende besitzt, vergleichen kann. Wie alle physikalischen Größen lässt sich der Weg durch die Angabe einer Maßzahl und einer Einheit charakterisieren. In unserem Fall ist die entsprechende Einheit das Meter, welches einer genau festgelegten Länge entspricht. Wie man diese Länge oder auch andere physikalische Einheiten in der Praxis möglichst genau bestimmt, das ist die Aufgabe der Metrologie. Im Falle des Meters hat man sich auf folgende Festlegung geeinigt:

Ein Meter ist das 1 650 763,73 fache der Wellenlänge einer spezifischen Strahlung, die bei einem Kryptongas im Vakuum beobachtet werden kann.

Man kann nun zum Beispiel von einem Autofahrer, der mit seinem Wagen von einem Ort A bis zu einem Ort B gefahren ist, sagen, er habe einen Weg von zum Beispiel 3000 Meter zurückgelegt. Genauso gut ist aber auch eine Längenangabe über den von einem Lichtimpuls oder von einem freien Elektron zurückgelegten Weg möglich. Das hier gesagte über Maßzahl und Einheit ist für alle physikalischen Größen eine wichtige Grundlage, da es dadurch möglich ist, physikalische Größen auch mit den formalen Mitteln der Mathematik in Beziehung zueinander zu setzen, was wir in noch folgenden Ausführungen genauer betrachten werden.

Masse: Welche Vorstellung verbinden Sie mit dem Wort Masse? Möglicherweise weckt dieser Begriff in Ihnen ein Bild von einer unförmigen Substanz oder einer unbestimmten Menge eines Stoffes. Vielleicht denken Sie aber auch einfach nur an eine Materiemenge, wenn Sie das Wort Masse hören. In der Physik aber hat dieser wichtige Begriff eine ganz andere und vor allem abstrakte Bedeutung. In einem der vorangegangenen Kapitel war davon schon einmal die Rede, und wir wollen nun versuchen eine klare Begriffsdefinition zu geben.

Die Physiker unterscheiden zwei Arten von Masse. Zum einen die schwere Masse und zum anderen die träge Masse. Beide haben etwas mit dem Verständnis der Materie zu tun, und zwar in so fern als sie Bezeichnungen

für zwei spezifische Materieeigenschaften sind, denen in den Kraftgesetzen Isaacs Newton's eine zentrale Bedeutung zukommt und, die wir wie folgt beschreiben können:

Die schweren Massen zweier Körper oder zweier Stücke Materie bedeuten deren Eigenschaft, aufeinander anziehende Kräfte auszuüben (Gravitation). Die träge Masse hingegen bezeichnet die Eigenschaft eines Materiestücks, im Zustand der Ruhe oder der unbeschleunigten Bewegung zu verharren, solange keine äußere Kraft auf dieses Materiestück einwirkt. Der Zustand der Ruhe lässt sich dabei so deuten, dass das Materiestück gegenüber einem Laborkoordinatensystem eine Nullgeschwindigkeit besitzt, und eine unbeschleunigte Bewegung können wir als eine Bewegung auffassen, deren Geschwindigkeit bezüglich des selben Koordinatensystems nach Betrag und Richtung konstant bleibt.

Auch hier bei dem Begriff der Masse haben wir es wiederum mit einem physikalisch abstrakten Begriff zu tun. Demzufolge bedeutet Masse keinen Gegenstand wie etwa eine Substanzmenge, sondern eine spezifische Eigenschaft der Materie. Obwohl diese Beschreibungen auch heute noch für den Bereich der klassischen Physik ihre Richtigkeit haben, so müssen wir aber wenigstens anmerken, dass sich die Theorie der Gravitationskraft insbesondere durch die allgemeine Relativitätstheorie grundlegend verändert hat derart, dass die Bewegung von massebehafteten Körpern im Raum nicht mehr auf die Fernwirkung von Kräften sondern auf strukturelle Eigenschaften von Raum und Zeit zurückgeführt werden. Die Gravitation wird dadurch losgelöst vom Kraftbegriff, wie er in der Newtonschen Mechanik eingeführt wurde. Die Einheit der Masse, wird durch Vergleich mit dem internationalen Kilogrammprototyp festgelegt.

Zeit: Nehmen Sie sich jetzt doch einfach mal die Zeit, darüber nachzudenken, was Ihnen zum Begriff Zeit spontan einfällt. ... Nun, ist es Ihnen leicht gefallen dieser Aufforderung nachzukommen, oder haben Sie sie einfach ignoriert, weil Sie im Moment keine Zeit haben, eigenen Gedanken nachzugehen? Wie auch immer, Zeit scheint etwas wichtiges zu sein

etwas, das für jeden Menschen eine ganz persönliche Bedeutung hat, und mit dem wir subjektive Erfahrungen verbinden. Jeder von uns hat seine persönliche Vergangenheit, lebt in seiner ganz eigenen persönlichen gegenwärtigen Situation und lässt sich mehr oder weniger von Aussichten in seine Zukunft leiten. Vielleicht gehören Sie aber auch zu den Menschen, die „zeitlos“ leben und wirken? Dieser Zeitbegriff, der uns während unseres Lebens begleitet, eignet sich jedoch für physikalische Aussagen nicht besonders gut. Unsere Auffassung der Welt und unseres Lebens als in einer Richtung fortschreitend hat weniger mit der Zeit selbst als viel mehr mit der thermodynamischen Entropie zu tun. Die Thermodynamik definiert physikalische Regeln, die irreversible Prozesse beschreiben. Diese Prozesse lassen uns die Welt als in einer Richtung fortschreitend erleben.

Der Zeitbegriff in der klassischen Physik steht für eine absolute Größe, die kontinuierlich in einer Richtung fortschreitet und deren Einheit die Sekunde ist. Die Auffassung der Zeit als einer absoluten Größe bedeutet, dass wo immer zwei gleiche synchronisierte Uhren im Universum auch für eine Zeitmessung benutzt werden, beide immer die gleiche Zeit anzeigen. Auf diese Konvention bezüglich des Inhaltes des Zeitbegriffs hatte man sich in der Physik geeinigt, und man konnte damit viele Phänomene der realen Welt in guter Übereinstimmung mit den Experimenten beschreiben. Aus der Sicht der Mathematik ist dieser Zeitbegriff viel einfacher zu definieren. In den mathematisch physikalischen Gleichungen kommt die Zeit lediglich als eine freie unabhängige Variable vor. Der klassische Physiker konnte also über die Zeit frei verfügen.

Die moderne Physik fasst die Zeit nicht mehr als absolut auf. Zwei relativ zueinander bewegte Systeme beobachten zum Beispiel im jeweils anderen langsamer gehende Uhren. In der Nähe großer Massen vergeht die Zeit relativ langsamer als in der Entfernung von ihnen. Die Zeit und die drei Raumdimensionen werden als ein vierdimensionales mathematisches Konstrukt (eine Vier-Mannigfaltigkeit), das auch als Raum-Zeit-Kontinuum bezeichnet wird, aufgefasst. Dieses Raum-Zeit-Kontinuum und die darin verteilten Massen sind die Grundlage für eine neue geometrische Beschreibung der Gravitation.

Bei der Festlegung der Zeiteinheit hat man sich darauf

geeignet, die Sekunde als das 192 631 770 fache der Schwingungsdauer einer spezifischen Strahlung emittierenden Energieübergangs des Cesiums festzulegen.

Ladung: Ladung bezeichnet nicht etwa so etwas wie rote Farbe, mit der die materiellen Ladungsträger angemalt sind und auch nicht ein stoffliches Fluidum, welches den Raum in unterschiedlicher Dichte erfüllt. Auch der Begriff der Ladung bezeichnet, ähnlich wie die Masse, eine spezifische Eigenschaft der Materie, die sich darin äußert, dass die Ladungen Kräfte aufeinander ausüben. Im Gegensatz zur schweren Masse allerdings können zwei verschiedene Arten von Ladungen unterschieden werden, die man als positive Ladung und als negative Ladung bezeichnet hat. Diese zwei Ladungsarten erklären die experimentellen Tatsachen, dass auf Ladungen zurückgehende Kräfte in abstoßender und anziehender Weise auftreten. Die Ladung ist ein so grundlegender Begriff, dass auf ihn die Phänomene der elektrischen Krafterscheinungen, des elektrischen Stromes, der Eigenschaften der Atome, des chemischen Verhaltens von Atomen und Molekülen u. a. zurückgeführt werden können. Insbesondere die Ladungseigenschaften der Materie auf atomarer Ebene können gut verstanden werden, wenn man die Elektronen als die Träger einer elementaren negativen Ladung und die Kerne als Träger einer elementaren positiven Ladung auffasst. Diese Sichtweise entspricht einer modellhaften Vorstellung dessen, was wir als Atom bezeichnen. Die Einheit der Ladung wird nach dem Wissenschaftler Charles Augustine Coulomb (1736-1806) Coulomb (C) genannt, und sie lässt sich als abgeleitete Einheit aus der Zeit- und der Stromeinheit bestimmen.

Elektrischer Strom: Wohl kaum eine physikalische Größe hat neben ihrer rein wissenschaftlichen Bedeutung in unserer modernen Gesellschaft zu derart weitreichenden Veränderungen geführt wie der elektrische Strom. Dies kann zum Beispiel deutlich daran erkannt werden, dass man sich die Vielzahl von elektrischen Geräten vergegenwärtigt, die in einem normalen Haushalt mit elektrischem Strom betrieben werden. Elektrisches Licht, verschiedene Rundfunkgeräte, elektrische Öfen, Heizungen, Staubsauger, Waschmaschinen, Rasenmäher, Mixer, Schreibmaschinen, Computer und

viele andere Geräte funktionieren alleine durch das fließen eines elektrischen Stromes, der überwiegend in zentralen Kraftwerken erzeugt und von dort aus über entsprechende Leitungsnetze und Transformatorstationen bis in die einzelnen Haushalte verteilt wird. Die mit dem elektrischen Strom verbundene Energie nutzen wir in einer als selbstverständlich zu bezeichnenden Weise.

Was versteht der Physiker aber unter dieser so bedeutungsvollen Größe? Ein elektrischer Strom lässt sich direkt durch die elektrische Ladung ableiten, indem man ihn als eine Ladungsänderung über der Zeit definiert. Das heißt, wann immer man einen Ladungsfluss durch eine Fläche feststellt, beobachtet man einen elektrischen Strom. Die Abbildung 4.1 verdeutlicht diesen Zusammenhang.

Bei der Festlegung der Einheit für den elektrischen Strom, nach dem Wissenschaftler Andre Ampere (1775-1836) Ampere (A) genannt, hat man neben dem Ladungstransport, der mit einem Strom verknüpft ist, eine Methode ersonnen, die auf dem Effekt der Kraftwirkung zwischen zwei stromdurchflossenen Leitern basiert. Dabei geht man von folgendem Gedankenexperiment aus:

Zwei unendlich lange geradlinige im Abstand von genau einem Meter angeordnete Drahtleiter, sollen exakt parallel angeordnet sein, wobei beide Leiter von einem gleich großen Strom in gleicher Richtung durchflossen werden. Die Kraftwirkung, welche sich nun zwischen den beiden Leitern einstellt, hängt von der Größe des elektrischen Stromes ab, der sie durchfließt. Wenn dieser Strom pro einem Meter Leitungslänge eine Kraft zwischen den beiden Leitern von $2 \cdot 10^{-7}$ Newton⁴ hervorruft, dann entspricht seine Größe einem Ampere (1A), was einer Ladungsmenge von einem Coulomb, die pro Sekunde fließt, entspricht. In der Praxis kann man die unendliche Länge der beiden Leiter dadurch annähern, dass man ihre tatsächliche Länge sehr groß gegenüber ihrem Abstand wählt.

⁴Ein Newton ist die Einheit der Kraft, die mit N abgekürzt wird. $1N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$

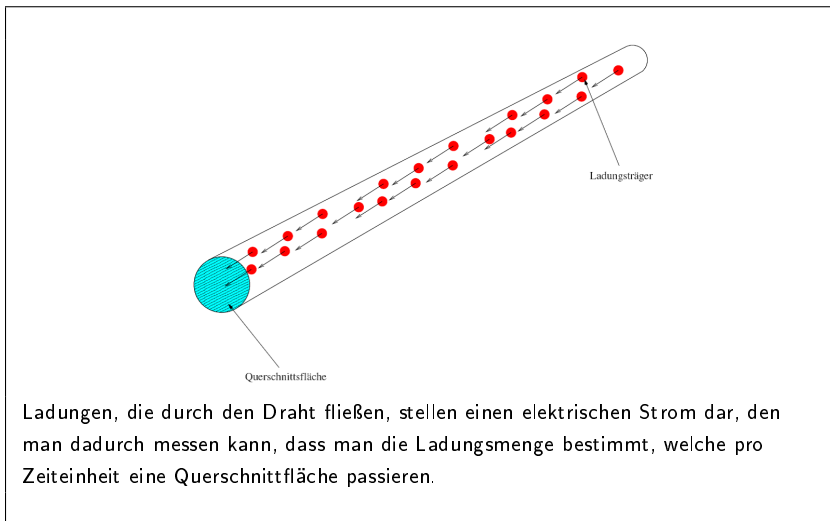


Abbildung 4.1: Elektronen im Draht Ladungen:

Wegen der Definition des elektrischen Stromes als Ladungsfluss oder einfach nur als Bewegung von Ladung müssen wir uns klar machen, dass es zur Erzeugung eines Stromes somit nicht unbedingt notwendig ist, Ladungsträger mittels einer elektrischen Spannung durch einen Leiter zu treiben. Es ist durchaus auch korrekt einen bewegten geladenen Körper als einen elektrischen Strom aufzufassen.

Es gibt neben den bisher dargelegten Beschreibungsmöglichkeiten des elektrischen Stromes aber noch eine weitere Sichtweise, die auf den Begriffen der elektrischen und magnetischen Felder beruht. Wenn zum Beispiel ein Plattenkondensator aufgeladen wird, so stellt man fest, dass sich zwischen den Platten ein elektrisches Feld aufbaut, welches seinerseits, während es sich aufbaut, von einem magnetischen Wirbelfeld umgeben ist. Der Kondensator stellt physikalisch betrachtet eine Leitungsunterbrechung dar, so dass er den eigentlichen Ladungsfluss unterbricht (siehe Abbildung 4.2). Wenn jedoch ein solcher Kondensator zu einem bestimmten Zeitpunkt an eine Spannungsquelle angeschlossen wird, so verhält sich die Anordnung hinsichtlich der Felderscheinungen, die sie hervorruft, im ersten Augenblick so, als fließe der elektrische Strom wie in einem nicht unterbrochenen Leiter. Das heißt, man beobachtet ein magnetisches Feld um den Raum zwischen den Kondensatorplatten, das

sich nicht von einem magnetischen Feld unterscheidet, welches von einem stromdurchflossenen Leiterstück verursacht würde. Mit zunehmender Aufladung des Kondensators ändert sich sein elektrisches Feld allerdings immer weniger, und das zugehörige magnetische Feld wird immer kleiner, bis schließlich ein stationärer Zustand erreicht ist, bei dem das elektrische Kondensatorfeld zeitlich konstant bleibt und der Strom in den Zuführungsleitungen verschwindet.

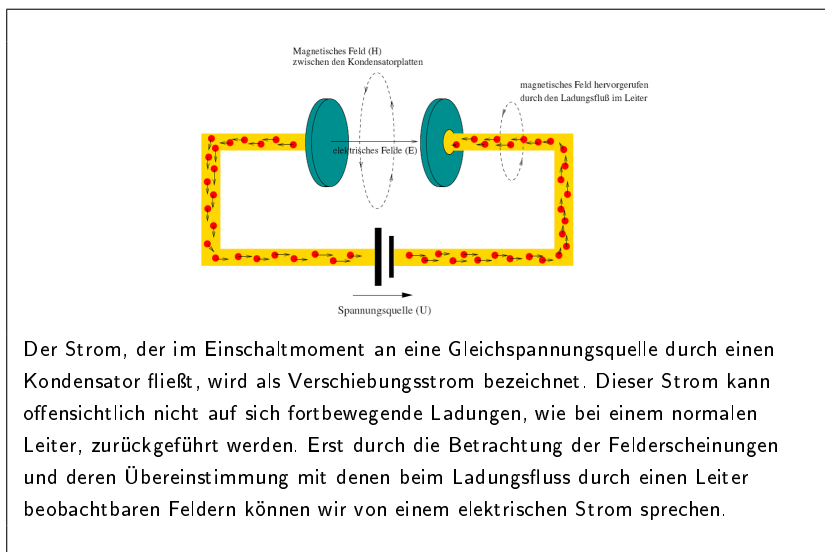


Abbildung 4.2: Der Verschiebungsstrom

Temperatur: Für unseren Alltag stellt die Temperatur eine nicht unwichtige Größe dar. Im allgemeinen verbinden wir diesen Begriff mit einer bestimmten Charakterisierung von Gegenständen wie zum Beispiel der Herdplatte, die wir gerade eingeschaltet haben, dem Badewasser in der Wanne, der Luft oder dem Eis, welches wir gerade aus der Kühltruhe geholt haben. In der Regel sprechen wir bei einer solchen Charakterisierung nicht von Temperaturwerten, sondern wir benutzen Wörter wie heiß, lauwarm, kalt, eisig usw.. Diese sprachliche Einteilung der Temperaturen von Körpern oder Stoffen in unserer Alltagswelt reicht aus, um uns einen Eindruck zu machen, der uns zu einer richtigen Einschätzung und einem entsprechenden Verhalten in Bezug auf die Umgebung verhilft. Was aber ist diese Eigenschaft eines Körpers, die wir als Temperatur bezeichnen,

nach physikalischem Verständnis? Um auf diese Frage eine Antwort zu finden, gehen wir zunächst von der Definition der Temperatureinheit aus.

Die absolute Temperatur wird in Kelvin (K) gemessen.

Ein Kelvin ist definiert als der 273,16te Teil der thermodynamischen Temperatur des Tripelpunktes des Wassers.

Wir wollen diese Definition noch ein wenig genauer erläutern. Wir kennen drei Zustände, in denen Wasser sich befinden kann, und die sich aufgrund ihrer jeweils spezifischen physikalischen Eigenschaften klar von einander abgrenzen lassen. Dies sind die sogenannten Aggregatzustände der gasförmigen, der flüssigen und der festen Phase. Beim Wasser sprechen wir auch vom Wasserdampf, vom flüssigen Wasser und vom Eis. Unter speziellen äußeren Bedingungen, das heißt bei bestimmten Temperatur und Druckwerten, ist es möglich, Wasser gleichzeitig in allen drei Zuständen vorzufinden. Dieser Zustand der Koexistenz aller drei Phasen wird als Tripelpunkt bezeichnet, und die dort herrschende Temperatur dividiert durch 273,16 entspricht nach obiger Definition einem Kelvin.

Um aber ein tieferes Verständnis davon zu bekommen was mit der Angabe einer Temperatur eines Körpers oder eines irgendwie stoffgefüllten Volumenbereiches über die zugrundeliegenden physikalischen Prinzipien ausgesagt wird, müssen wir den Begriff der Thermodynamik näher betrachten. Das Wort Thermodynamik drückt schon andeutungsweise aus, worum es in diesem physikalischen Teilgebiet geht, nämlich um den Zusammenhang von dynamischen (Bewegung) und thermischen Phänomenen. Eine grundlegende Eigenschaft der Materie, unabhängig davon, ob sie gasförmig, flüssig oder fest ist, ist die ständige Bewegung ihrer atomaren oder molekularen Grundbestandteile, aus denen sie sich zusammensetzt. In diesen Bewegungen ist kinetische Energie gespeichert, die mit ihrer Umgebung über Wechselwirkungen mechanischer Art in Verbindung steht. Betrachten wir vor diesem Hintergrund nun einen makroskopischen materiegefüllten Volumenbereich, so wird diese spezielle kinetische Energie als sein Wärmeinhalt bezeichnet. Je größer dieser Wärmeinhalt ist, um so höher ist auch die Temperatur, um so heftiger sind die Bewegungen der Atome bzw. der Moleküle eines Körpers, eines Gases

oder einer Flüssigkeit.⁵

Lichtstärke: Um uns dem Begriff der *Lichtstärke* anzunähern wollen wir zunächst die sehr bemerkenswerte physikalische Tatsache der Wärmestrahlung betrachten. Wenn wir uns einmal die Gegenstände in unserer Umgebung ansehen, dann werden wir bemerken, dass scheinbar nur die wenigsten von ihnen elektromagnetische Strahlung emittieren, so wie es offensichtlich die Sonne und künstliche Lichtquellen tun. Aber dies ist in der Tat nur scheinbar so, denn wir wissen mittlerweile, dass alle materiellen Körper Strahlung aussenden, die ihre Energie aus dem Wärmeinhalt der Körper bezieht. Wir können dies allerdings nicht unmittelbar erkennen, da der Hauptanteil dieser Strahlung im nicht sichtbaren Bereich liegt, nämlich im nahen und fernen Infrarot-Bereich. In diesem Zusammenhang haben die Physiker einen hypothetischen Körper vorgeschlagen, der als schwarzer Körper bezeichnet wird. Seine besondere Eigenschaft liegt darin, dass er keine elektromagnetische Strahlung reflektiert und ein ideales Emissionsvermögen besitzt. Die von ihm emittierte Strahlung rührt alleine von seiner Wärmeenergie her und ist von seiner Temperatur abhängig. Ein solcher schwarzer Körper wird nun zur Definition der Lichtstärkeeinheit Candela (cd) benutzt.

Danach ist ein Candela die Lichtstärke, mit der $\frac{1}{600000} m^2$ der Oberfläche eines schwarzen Körpers bei der Temperatur des erstarrenden Platins bei einem Druck von $101325 Nm^{-2}$ senkrecht zur Oberfläche leuchtet.

Den idealen schwarzen Körper kann man in der Praxis natürlich nur annähernd technisch realisieren. Eine gute Näherung erreicht man durch eine Schachtel, deren Innenflächen geschwärzt sind und eine maximale Absorption aufweisen. Eine Wand der Schachtel besitzt eine Öffnung, durch die Strahlung von außen einfallen kann, so dass diese im Innern der Schachtel beinahe vollständig absorbiert wird. Diese Öffnung stellt dann eine gute Näherung dar für eine Fläche, die schwarze Strahlung emittiert. Vor diesem Hintergrund wird deutlich, was die Lichtstärke von strahlenden

⁵Wir haben im Zusammenhang mit dem Begriff der Wärme die Strahlungsprozesse nicht erwähnt, da dies an dieser Stelle zu weit führen würde.

Körpern wie zum Beispiel die Sonne mit der Temperatur zu tun haben. Wenn man einen schwarzen Körper auf eine Temperatur aufheizt, bei der sein emittiertes Licht den gleichen farblich optischen Eindruck wie das Licht der Sonne erzeugt, dann definiert man diese Temperatur - sie entspricht nicht genau der wahren Temperatur - als die Farbtemperatur der Sonne. Die Angabe von Farbtemperaturen spielt zum Beispiel in der Fotografie eine wichtige Rolle.

Stoffmenge: Besonders in der Chemie ist es oft notwendig die Menge von Stoffen anzugeben. Dazu hat man sich darauf geeinigt die Menge eines Stoffes wie zum Beispiel Eisen oder Wasserstoff oder Wasser auf eine bestimmte Teilchenzahl zurückzuführen, und diese mit der Einheit mol zu benennen.

Ein mol ist die Stoffmenge eines Systems, das aus so vielen Teilchen besteht, wie Atome in 12 Gramm des Nuklids^{12C} (Kohlenstoff) enthalten sind.

Der Begriff Nuklid steht für eine spezielle Atomkernart, die die Unterscheidung von Isotopen hervorhebt. Die Angabe von Stoffmengen ist durch diese Definition also eine Aussage über die Teilchenzahl eines Stoffsystems wie zum Beispiel die Zahl der Atome eines Stücks Eisen (Fe) oder der Molekülzahl eines Tropfens Wasser (H₂O).

Den physikalischen Größen Weg, Masse, Zeit, elektrischer Strom Temperatur, Lichtstärke und Stoffmenge kommt eine besondere Stellung zu, da man sie als Grundgrößen der Physik deklariert hat. Das physikalische internationale Einheitensystem beruht auf der Definition dieser Einheiten, aus denen sich alle anderen physikalischen Einheiten (Energie, Kraft, elektrischer Widerstand usw.) ableiten lassen. Die oben gegebenen Definitionen beruhen auf dem Gesetz über Einheiten im Messwesen vom zweiten Juli 1969. Im Laufe weiterer wissenschaftlicher Erkenntnisse sind aber auch diese Definitionen nicht für alle Zeiten festgelegt. Sie stellen lediglich eine von vielen denkbaren Möglichkeiten dar, wie man solche Einheiten festlegen kann. So wird das Meter zum Beispiel nach einer neueren Festlegung von 1983 wie folgt definiert:

Das Meter ist die Länge des Weges, der von Licht im Vakuum während eines Zeitintervalls von 299 792 458 Sekunden zurückgelegt wird.

Die Einheit der Lichtstärke, das Candela also, wurde ebenso neu definiert, so dass nach einer Übereinkunft aus dem Jahre 1979 gilt:

Das Candela ist die Lichtintensität, in einer gegebenen Richtung, einer Quelle, die monochromatische Strahlung der Frequenz von $540 \cdot 10^{12} \text{ Hz}$ emittiert und, die eine Strahlungsleistung in dieser Richtung von $1/683$ Watt pro Steradian besitzt.

Wir sehen also, dass es im Zuge des messtechnischen Fortschritts durchaus angebracht sein kann, eine Neudefinition einer physikalischen Einheit aufzustellen. Darum ist es auch ab und zu notwendig, sich über den diesbezüglich neuesten Stand zu informieren, wenn man sich über die entsprechenden begrifflichen Konventionen im Klaren sein will.

Wellen: Vielleicht sind Sie schon einmal mit einem Surfbrett auf einer Welle geritten. Haben Sie aber schon einmal versucht sich auf eine Welle zu setzen oder eine in ihre Jackentasche zu stecken? Oder ist es Ihnen schon mal gelungen eine Welle an die Wand zu hängen? Diese kleine Wortspielerei zeigt, dass man mit dem Begriff Welle eine gegenständliche Bedeutung am ehesten im Bezug auf eine Meereswelle verbindet. In den beiden vorangestellten Fragen allerdings kommt uns das Wort Welle irgendwie fehl am Platze vor, es lässt diese Fragen beinahe absurd klingen. Wir könnten in diesem Kontext eher an einen Stuhl, auf den wir uns setzen, einen Füllfederhalter, den wir in unsere Jackentasche stecken und ein Bild, das wir an die Wand hängen, denken. Diese sind eben wirkliche physikalische Körper. Das Wort Welle hingegen bezeichnet keinen solchen physikalischen Körper, es hat also keine klare und eindeutige Entsprechung in der gegenständlichen Welt, sondern bezeichnet einen Vorgang oder ein Ereignis. Seine Bedeutung als physikalischer Begriff ist abstrakt, und er findet in der Physik seinen am klarsten definierten Inhalt. In der Physik lässt sich eine Welle etwa wie folgt definieren:

Eine Welle stellt eine räumliche und zeitliche Ausbreitung einer Störung entlang von auslenkbaren oder schwingungsfähigen, gekoppelten Systemen oder Körpern dar.

Diese Begriffsdefinition zeigt einen wesentlichen Aspekt, der bei der Begriffsbildung in der Physik immer wieder zu beobachten ist, nämlich die Tendenz zu möglichst allgemeingültigen Definitionen. Gemäß der oben angegebenen begrifflichen Definition kann nun eine Welle für eine Vielzahl von Ereignissen stehen, nicht nur für eines, welches Wassersportlern ein besonderes Vergnügen verspricht. Nehmen Sie zum Beispiel den luftgefüllten Raum um sich herum. Die verschiedenen Luftmoleküle stellen die in der Wellendefinition erwähnten gekoppelten Körper dar, und die Störung könnte eine kurzzeitige plötzlich erzeugte Bewegung dieser Moleküle an einem bestimmten Ort sein. Diese Störung breitet sich in der Tat im Raum aus, wobei sie sich der Auslenkung von Molekülen bedient. Diese Art von Wellenerscheinung stellt eine Stoßwelle dar, und sie ist als grundlegendes Prinzip der Übertragung von Tönen und Geräuschen durch die Luft aufzufassen. Was aber ist denn eigentlich diese Störung, die sich im Zusammenhang mit einer Welle im Raum ausbreitet? Wir können zwar davon sprechen, dass eine Störung, genau wie ein bewegter Körper, sich ausbreitet oder sich bewegt, dennoch hat eine Störung keine gegenständliche Entsprechung, sie ist kein stofflicher Körper, sondern sie stellt etwas völlig immaterielles dar. Nun wird immer deutlicher, dass sich der physikalische Begriff der Welle unserer Anschauung immer mehr entzieht, und dies setzt sich bei der mathematischen Formulierung einer Welle noch weiter fort. Nur auf einer abstrakten Ebene scheint eine Allgemeingültigkeit von Begriffen bzw. von Aussagen und Definitionen überhaupt erreichbar zu sein. Diese abstrakte Welt der Physik ist auch der Ort, wo physikalische Ideen geboren, Naturgesetze formuliert und Weltbilder beschrieben werden. Die oben angeführten knappen Erläuterungen zu einigen wissenschaftlichen Begriffen sollten neben dem informativen Aspekt beispielhaft deutlich machen, dass es beim Reden über ihre Bedeutung und ihren Inhalt kaum möglich ist, ohne zusätzliches wissenschaftliches Vokabular auszukommen, wie es auch in den vorangehenden Kapiteln bereits der Fall war. Es sollte gezeigt werden, dass die Wissenschaft ihre eigene Sprache hat, die oftmals von der Alltagssprache

erheblich abweicht, und die es erforderlich macht abstrakte Bedeutungen von Begriffen und deren Beziehungen zueinander zu erfassen, wenn man sich im Rahmen einer gemeinsamen sprachlichen Konvention verständigen will.

4.1.2 Begriffe im Wandel

Die sprachliche Konvention im Bezug auf einzelne Begriffe ist keine statische Eigenschaft. Sie unterliegt vielmehr einer Veränderung, die sich auf verschiedenen Ebenen vollziehen kann. Um das Verhalten von Teilbereichen der physikalischen Welt sprachlich zu erfassen und zu beschreiben, werden, wie wir gesehen haben, spezielle Begriffe mit abstrakten Inhalten belegt und entsprechend gebraucht. Mit dem Fortschreiten der Wissenschaft geht aber auch ein Wandel ihrer Sprache einher, so dass die Inhalte von Begriffen sich ändern oder neue Begriffe hinzukommen. Neue Ideen werden geboren, und sie müssen sprachlich formuliert werden. Einstein sagte dazu:

Physikalische Begriffe sind freie Schöpfungen des Geistes.

Die Wissenschaftler haben demnach einen kreativen, philosophisch geistigen Freiraum, in dem sie ihre Wissenschaft auf der sprachlichen Ebene entwickeln, und der neben dem praktischen experimentellen Bereich eine wichtige Rolle spielt. Um nun an einem konkreten Beispiel zu zeigen, wie sich ein Wandel der Begriffskonvention vollziehen kann, wollen wir den Zeitbegriff noch einmal eingehender betrachten. Wir können ganz sicher davon ausgehen, dass die Zeit irgend etwas mit der Bewegung von Körpern zu tun hat, was sich schon in der biblischen Schöpfungsgeschichte andeutet. Dort heißt es in der Genesis:

Und Gott sprach: Es sollen Lichter an der Wölbung des Himmels werden, um zu scheiden zwischen Tag und Nacht, und sie sollen dienen als Zeichen und zur Bestimmung von Zeiten und Tagen und Jahren...⁶

⁶Dieses Zitat des 14. Verses des ersten Kapitels der Genesis (erstes Buch Mose) ist der revidierten Elberfelder Bibel entnommen. In der Elberfelder Bibel wird Text, der in der Übersetzung zum besseren Verständnis hinzugefügt wurde, im Grundtext aber nicht steht, in spitze Klammern <...> gesetzt.

Mit den Lichtern, die der Schöpfergott der Bibel geschaffen hat, sind die Sonne, der Mond und die Sterne gemeint, und die sollen also unter anderem zur Bestimmung von Zeiten, Tagen und Jahren dienen. Wenn wir diese Aussage vor dem Hintergrund unseres heutigen Wissens über unseren Planeten mit seinem natürlichen Trabanten und die Sonne betrachten, dann können wir folgendes sagen: Die Zeit oder vielleicht genauer gesagt, die Bestimmung der Zeit stellt sich dar als eine Art Dauer von zyklischen Bewegungen, um die es sich ja bei der Bewegung des Mondes um die Erde, der Eigendrehung der Erde und ihrem Lauf um die Sonne, handelt. Es ist davon auszugehen, dass auch Wissenschaftler wie Galilei oder Newton ihr Verständnis des Zeitbegriffes zunächst von der Betrachtung dieser astronomischen Bewegungen ableiteten. Wir können diese zyklischen Bewegungen dadurch charakterisieren, indem wir feststellen, dass sie uns zum einen als kontinuierliche Bewegungen erscheinen, zum anderen aber auch die Möglichkeit bieten, aufgrund ihrer strikten Zyklizität Zeitabschnitte zu definieren. Wenn zum Beispiel die Erde durch ihre Rotation um ihre Rotationsachse eine vollständige Drehung vollzogen hat, so ordnen wir diesem Ereignis den Zeitbegriff des Tages zu.

Zeitabschnitt	Bewegung	Kategorie
Jahr	Umlauf der Erde um die Sonne	physikalisch
Monat	Umlauf des Mondes um die Erde	physikalisch
Tag	Drehung der Erde	physikalisch
Stunde	Umlauf eines Minutenzeigers	technisch
Minute	Umlauf eines Sekundenzeigers	technisch
Sekunde	mechanisches Sekundenpendel	technisch

Tabelle 4.1: Zeitabschnitte und entsprechende zyklische Bewegungsformen

Ebenso verhält es sich mit dem Umlauf des Mondes um die Erde oder mit dem der Erde um die Sonne. Auch diese Bewegungsformen sind, wie auch die Eigendrehung der Erde, zyklisch, sie wiederholen sich beständig und gleichbleibend. Einem vollständigen Umlauf des Mondes oder der Erde ordnen wir entsprechend die Zeitbegriffe Monat und Jahr zu. Nun wird bereits klarer, was Bewegung und Zeit miteinander zu tun haben. Stellen wir uns nur einmal vor, es gäbe keine zyklischen Bewegungsformen. In diesem Falle wäre unser Zeitbegriff völlig verschieden von dem tatsächli-

chen, und ganz sicher auch unser Zeitempfinden wäre ein ganz anderes. Es sind also diese speziellen sich in gleichbleibender Weise ständig wiederholenden Bewegungen bzw. Ereignisse, die bezüglich des Zeitbegriffes eine wesentliche Rolle spielen. So ist es auch nicht weiter verwunderlich, dass zur Messung der Zeit solche Bewegungen herangezogen werden. Wir brauchen nur an eine mechanische Uhr denken (siehe dazu die Tabelle 4.1). Um nun den Wandel, der sich hinsichtlich des Zeitbegriffes in der Wissenschaft, insbesondere innerhalb der Physik, vollzogen hat, aufzuzeigen, müssen wir uns zuvor klar machen, dass wir zwischen dem, was wir unser individuelles Zeitempfinden nennen können und dem, was die Wissenschaft als Bedeutung der Zeit versteht, unterscheiden müssen.

Jeder oder doch zumindest die meisten von uns empfinden auf irgendeine Weise eine Art von Zeitfluss. Wir erkennen das zum Beispiel an unserer Sprechweise über die Zeit, indem wir gelegentlich Formulierungen wie »...Die Zeit vergeht schnell...« oder »...Die Zeit fliegt dahin...« vernehmen. Aber auch die Unterschiede in der Zeitempfindung, wie sie einerseits als Kind und andererseits als Erwachsener erlebt werden, sind vielen Menschen bekannt. Dieses Zeitempfinden impliziert auch eine Gerichtetheit der Zeit, was wiederum in unserer Einteilung der Zeit in Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft seinen Ausdruck findet. Dieses subjektive Empfinden von Zeit scheint ein schwer fassbares und zugleich umfassendes menschlich psychologisches Phänomen zu sein, welches unsere Existenz durchsetzt. Die Zeit als physikalischer Begriff allerdings hat nicht mehr all zu viel mit unserem Empfinden zu tun, denn innerhalb der Wissenschaft sind wir angewiesen auf exakte Definitionen und auf begriffliche Konventionen, die nicht den kaum fassbaren Schwankungen individueller Eindrücke oder Empfindungen unterliegen, die ihrerseits wiederum von Lebensumständen in komplexer Weise abhängen können. Diese Tendenz zu einem verbindlichen, von jeglicher individuellen Empfindung losgelösten Verständnis, des Zeitbegriffes mag wohl auch mit dazu beigetragen haben, dass die Physiker die Zeit als eine absolute Größe definierten. Diese Auffassung von Absolutheit geht sogar noch über die Unabhängigkeit vom Individuum hinaus, indem sie die Zeit als unabhängig vom Bewegungszustand oder sonstigen Zuständen physikalischer Systeme betrachtet. Die Zeit nach klassisch physikalischem Verständnis vergeht gleichmäßig und gleichförmig überall im ganzen Universum, sie steht nach

diesem Verständnis folglich auch nicht mehr unmittelbar in Verbindung mit den Bewegungen astronomischer Körper, in einer völligen Abstraktion wird der Zeitbegriff beinahe zu einem göttlichen Attribut erhoben. Die meisten sind mit diesem Zeitbegriff, der sich über einen langen Zeitraum bewährte, mehr oder weniger vertraut. Um so erstaunlicher oder vielleicht auch verwirrender muss es uns vorkommen, dass die moderne Physik dieses Verständnis des Zeitbegriffs aufgegeben hat zugunsten einer Auffassung der Zeit als einer relativen Größe. Was bedeutet dies aber, dass die Zeit nun relativ zu betrachten ist? Wir müssen dies so verstehen, dass die Zeit bzw. die innerhalb der Zeit sich ereignenden und ablaufenden physikalischen Ereignisse vom Standort des Beobachters und der Relativbewegung zwischen ihm und einem beobachteten System und auch von der Verteilung der Masse im Raum abhängig ist. Die entscheidende Wandlung im Verständnis des physikalischen Zeitbegriffes ist also darin zu sehen, dass die Zeit zunächst als eine absolute Größe aufgefasst wurde und dann schließlich im Zuge weiterer theoretischer physikalischer Forschung zu einer relativen Größe wurde. Bemerkenswert dabei ist, dass sich dieser Wandel recht einschneidend mit den Arbeiten Albert Einsteins (um 1905) zu seiner Relativitätstheorie vollzogen hat.

4.2 Mathematik

Was ist Mathematik, und was hat sie mit der Wissenschaft zu tun? Ganz sicher stellt die Mathematik zunächst einen eigenständigen Wissenschaftszweig dar. Wir können sie, einfach ausgedrückt, als die Wissenschaft der Zahlen und der logischen Aussagen bezeichnen, und sie stellt eine Formulierungsmöglichkeit für Aussagen und Zusammenhänge in anderen wissenschaftlichen Bereichen wie der Physik, Technik, Biologie, Medizin u.a. dar, und es ist gerade dieser Aspekt der zusätzlichen Darstellungsmöglichkeit, welche die Mathematik für die Wissenschaft bietet, der uns hier interessiert. Wie wir bereits herausgestellt haben, ist eine der wesentlichen Voraussetzungen für ein tieferes Verständnis wissenschaftlich theoretischer Zusammenhänge, die Abstraktion von Begriffen. Die Mathematik stellt diesbezüglich die größten Ansprüche, da sie physikalische Größen und deren gegenseitige Abhängigkeiten in spezifische for-

male Zusammenhänge stellt, welche auch ohne diese konkreten Bezüge zur physikalischen Welt als eigenständige vollkommen abstrakte Systeme bestehen. Um zu verdeutlichen, was wir unter diesem mathematischen System verstehen, betrachte man die Skizze 4.3 auf der Seite 124.

4.2.1 Wichtige Begriffe der Mathematik

Zahlen: Bevor wir uns dem Zusammenhang zwischen der Wissenschaft und den mathematischen Beschreibungsmöglichkeiten zuwenden, müssen wir noch etwas über einige grundlegende Begriffe in der Mathematik sagen, angefangen mit dem der Zahlen.

Die Mathematik hat den Begriff der Zahlen streng systematisiert und strukturiert. Demnach können fünf unterschiedliche Zahlenarten unterschieden werden, und zwar die natürlichen Zahlen, die ganzen Zahlen, die rationalen Zahlen, die reellen Zahlen und die komplexen Zahlen, wobei alle diese Zahlenarten aufeinander aufbauen. Betrachtet man die Zahlen als Mengen, so findet man, dass die einzelnen Zahlenmengen jeweils als echte Teilmengen in der entsprechend der obigen Reihenfolge nächst folgenden Menge enthalten sind.

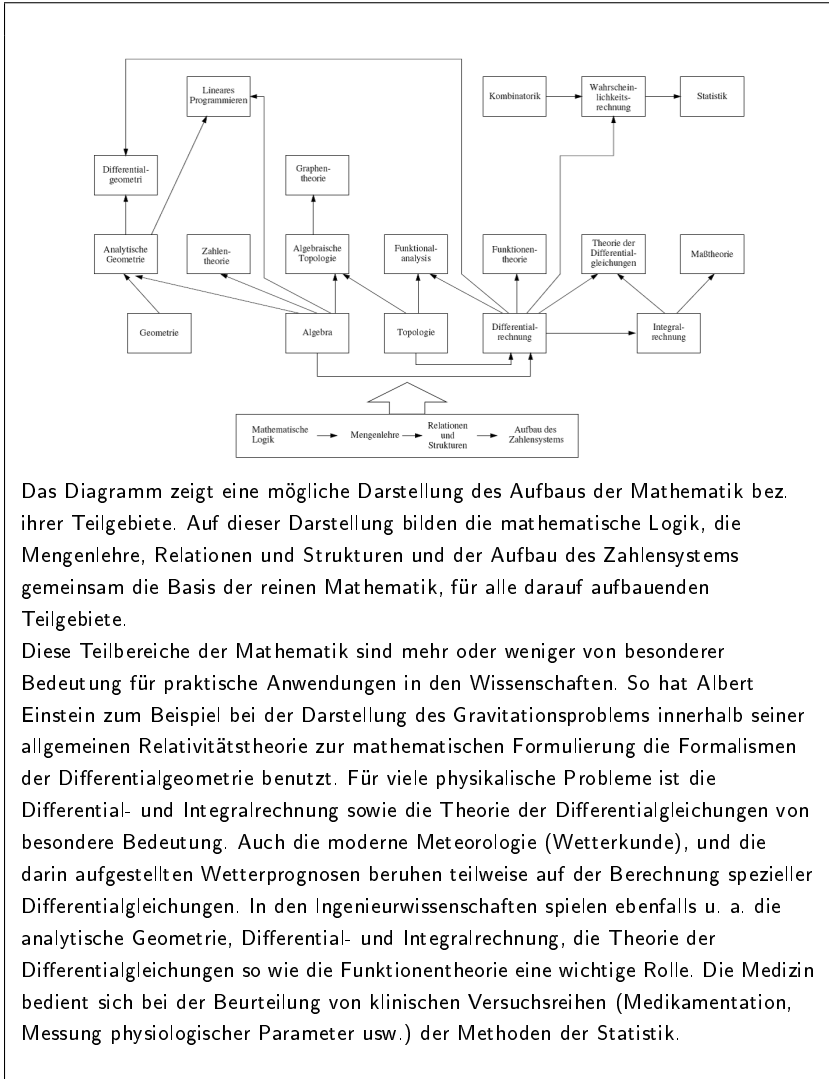


Abbildung 4.3: Eine mögliche Einteilung der Mathematik

Anschaulich lassen sich die Zahlen durch geometrische Konstrukte darstellen wie zum Beispiel eine Gerade, auf der die einzelnen Zahlen durch Punkte dargestellt werden. Für die Menge der natürlichen Zahlen sieht die entsprechende Darstellung so aus, dass wir im Ursprung der Geraden also dort, wo die Gerade beginnt, die Zahl 0 lokalisieren. Dann bestimmen wir in einem beliebigen aber festen Abstand einen Schnittpunkt

auf unserer Geraden, zum Beispiel dadurch, dass wir eine entsprechende Strecke in einen Zirkel fassen und damit einen Kreisbogen um den Nullpunkt als Mittelpunkt zeichnen, und legen fest, dass dieser Punkt die natürliche Zahl Eins darstellen soll. Wir können nun die natürliche Zahl Zwei, genau so konstruieren, wie wir das bei der Zahl Eins gemacht haben. Haben wir die Zahl Zwei auf der Geraden festgelegt, so können wir die Prozedur wiederholen und somit die Zahl Drei, finden. Somit haben wir im Prinzip die Möglichkeit, alle natürlichen Zahlen auf unserer Zahlengeraden darzustellen. Wenn wir im Nullpunkt der Zahlengerade eine zweite Gerade in entgegengesetzter Richtung anfügen, und auf dieser Geraden die gleiche Konstruktionsprozedur anwenden wie zuvor, so erhalten wir die negativen ganzen Zahlen. Alle diese Zahlen auf beiden Geraden zusammen bilden die Menge der ganzen Zahlen.

Nun bemerken wir aber, dass zwischen zwei Schnittpunkten auf der Zahlengerade der ganzen Zahlen, also zwischen zwei ganzen Zahlen, durchaus weitere Zahlen liegen könnten. Und in der Tat finden wir dort auch die sogenannten rationalen Zahlen, die im Grunde durch die Rechenoperation der Division, der Umkehrung der Multiplikation also, definiert sind. Die rationalen Zahlen sind alle diejenigen, die sich als Brüche ausdrücken lassen. Da natürlich auch die Division durch Eins definiert ist, erkennen wir, dass die Menge der ganzen Zahlen in der der rationalen Zahlen enthalten ist.

Obwohl wir nun mit Hilfe der rationalen Zahlen in der Lage sind beliebig kleine und damit in Bezug auf die Zahlengerade beliebig eng beieinanderliegende Zahlen darzustellen, gibt es dennoch weitere Zahlen, die keine rationalen Zahlen sind. Eine solche Zahl a ist zum Beispiel die, welche die Gleichung $a \cdot a = 2$ erfüllt. Um auch solche Zahlen auf der Zahlengeraden erfassen zu können, führt man die reellen Zahlen ein. Damit aber noch nicht genug.

Wenn wir eine beliebige aber feste positive Zahl a betrachten, welche in der Gleichung $x^2 + a = 0$ vorkommt, stößt man bei der Auflösung dieser Gleichung nach x auf ein Problem, da die Zahl x sich nur durch die Wurzel aus einer negativen Zahl, nämlich gerade $-a$, darstellen lässt. Nun ist zwar die Wurzel einer positiven nicht aber die einer negativen Zahl ohne Weiteres definierbar. Die Wurzeln aus positiven Zahlen sind in der Menge der reellen Zahlen enthalten. Insbesondere wird die Wurzel

aus 1 per Definition als 1 definiert, es gilt also: $\sqrt{1} = 1$. Da sich jede negative Zahl als Produkt aus -1 und einer positiven Zahl a ausdrücken lässt und zudem eine Wurzel aus einem Produkt zweier Faktoren sich als Produkt der Wurzeln aus den einzelnen Faktoren ergibt, so läuft das Problem, die Wurzel aus einer negativen Zahl zu bestimmen, darauf hinaus, die Wurzel von -1 zu definieren. Die Frage lautet also, was sollen wir unter $\sqrt{-1}$ verstehen. Die Mathematiker haben dieses Problem durch die Einführung einer neuen Zahlengerade gelöst. Diese schneidet unsere reelle Zahlengerade senkrecht im Nullpunkt, und ihre Einheit wird mit i oder j bezeichnet. Diese Einheit ist gerade die Wurzel aus -1, so dass wir schreiben können $\sqrt{-1} = i$. Durch diese Konstruktion wird aus der reellen Zahlengerade und der Zahlengerade mit der i -Einheit eine Zahlenebene, die auch die komplexe Zahlenebene genannt wird. Alle Zahlen, die in dieser Ebene definiert sind, bilden die Menge der komplexen Zahlen. Eine komplexe Zahl z lässt sich durch ein reelles Zahlentupel (a,b) ausdrücken, wobei a dem Realteil mit der Einheit 1 und b dem Imaginärteil mit der Einheit i entspricht. Diese Zahl z wird als Summe von Real- und Imaginärteil aufgefasst, so dass man schreibt: $z = a + ib$

Diese oben genannten fünf unterschiedlichen Zahlenarten stellen eine Möglichkeit eines vollständigen Zahlensystems in der Mathematik dar.

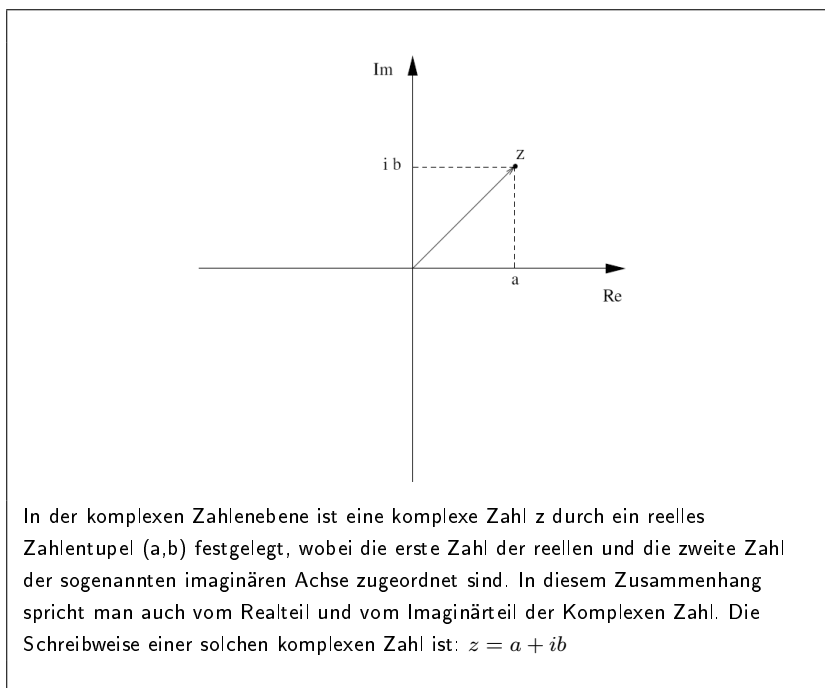


Abbildung 4.4: Die komplexe Zahlenebene

Funktionen:⁷ Der Begriff der Funktion ist innerhalb der Mathematik von großer Bedeutung, man kann sogar sagen, dass Funktionen gerade auch im Hinblick auf die Anwendung der Mathematik in der Wissenschaft und in der Technik geradezu essentiell sind.

Was haben wir unter einer Funktion im mathematischen Sinn zu verstehen? Eine gute Definition des mathematischen Funktionsbegriffs stellt folgende Formulierung dar:

»Eine Funktion ist eine Abbildungsvorschrift, durch die jedem Element einer Definitionsmenge genau ein Element einer Wertemenge oder kein Element zugeordnet wird.«

Um diese Definition besser verstehen zu können, erinnern wir uns noch einmal an den Mengenbegriff, insbesondere an die Mengen der Zahlen,

⁷Es sei angemerkt, dass eine ausführliche Darstellung des mathematischen Funktionsbegriffes hier nicht gegeben wird, da dies für die beabsichtigte Darstellung von Zusammenhängen zwischen Mathematik und Wissenschaft nicht unbedingt erforderlich ist und über diese hinausgehen würde.

von denen weiter oben die Rede war. Im Zusammenhang mit den Zahlenmengen können wir demnach eine mathematische Funktion als eine Abbildung eines bestimmten Zahlenbereiches (z.B. eine Teilmenge der reellen Zahlen) auf einen zweiten verstehen. Die Elemente der Definitionsmenge werden unter dem Begriff der sogenannten unabhängigen Variable zusammengefasst, und diese unabhängige Variable kann mit jedem Element der Definitionsmenge belegt werden, so dass für jede solche Belegung ein zugehöriges Bild entsprechend der Abbildungsvorschrift im mathematischen Sinn entsteht. Eine übliche Schreibweise für den formelmäßigen Zusammenhang zwischen Definitions- und Wertemenge stellt die Funktionsgleichung dar:

$$y = f(x)$$

Auf der linken Seite der Funktionsgleichung steht der Funktionswert y , der hier als Platzhalter für die Elemente der Wertemenge steht. Die Rechte Seite dieser Funktionsgleichung stellt die Abbildungsvorschrift dar, durch die jedem Element x aus der Definitionsmenge genau ein Funktionswert zugeordnet wird.

Ein konkretes Beispiel verdeutlicht diese mathematischen Ausdrucksweisen am besten. Nehmen wir an, die Menge der reellen Zahlen sei der Definitionsbereich für eine Funktion. Durch die Funktionsgleichung $y = 5x$ zum Beispiel wird dann ein eindeutiger Zusammenhang zwischen der Menge der reellen Zahlen und einer Wertemenge hergestellt, wobei jedes Element dieser Wertemenge als Abbild des zugehörigen Elementes der Definitionsmenge anzusehen ist. Die Abbildung wird dabei gerade dadurch erreicht, dass das Definitionsmengenelement mit fünf multipliziert wird. Der Begriff der Abbildung wird insbesondere dadurch unterstrichen, dass man durch die sogenannten Graphen der Funktionen in der Tat eine Art Bild des funktionalen Zusammenhanges erhält. Dies erreicht man zum Beispiel dadurch, dass man zwei Zahlengeraden senkrecht zueinander zeichnet, wobei die Nullpunkte der Geraden in der Regel zusammenfallen. In dieser Darstellung werden die Zahlengeraden auch als Achsen bezeichnet. Wenn man nun die horizontale Achse der Definitionsmenge und die vertikale Achse der Wertemenge zuordnet, so kann man zu jedem Zahlenpaar, welches durch Definitionswert und Abbildungswert

gegeben ist, einen Punkt in die durch die Achsen festgelegte Ebene einzeichnen. Die Zuordnung der Menge aller y -Werte und aller x -Werte zu jeweils einer Achse erlaubt auch die Benennung der zugehörigen Ebene als x - y -Ebene. In dieser x - y -Ebene stellen sehr viele Funktionen, welche eine reellwertige unabhängige Variable besitzen, eine Kurve dar. Nun gibt es aber auch noch Funktionen, die mehr als nur eine unabhängige Variable besitzen. Funktionen mit zwei unabhängigen Variablen, durch die einem Paar von Zahlen, zum Beispiel aus der Menge der reellen Zahlen, wiederum genau eine Zahl durch eine Abbildungsvorschrift zugeordnet wird, können in der graphischen Darstellung in einem dreiaxigen Koordinatensystem als Flächen dargestellt werden. Bei Funktionen mit drei unabhängigen Variablen ist eine anschauliche graphische Darstellung nicht mehr ohne weiteres möglich. Die Möglichkeit, Zusammenhänge zwischen Elementen bestimmter Mengen mit Hilfe des mathematischen Formalismus der Funktionen auf der Grundlage des Zahlensystems auszudrücken, stellt eine wesentliche mathematische Darstellungsmöglichkeit dar, und sie ist in allen wissenschaftlichen Bereichen von mehr oder minder großer Bedeutung. Darüber hinaus gibt es natürlich weitere mathematische Formalismen wie zum Beispiel die Geometrie, die in weiten Bereichen sogar rein zeichnerisch betrieben werden kann. Es gibt Formalismen, die festlegen, wie Funktionen auf ihr spezifisches Verhalten hin untersucht werden können (Kurvendiskussion, Infinitesimalrechnung), oder solche, durch die man die Formel einer Funktionsgleichung überhaupt erst herausbekommt (Differentialgleichungen). Je geschlossener sich ein wissenschaftliches Modell mit mathematischen Methoden und Formalismen darstellen lässt, um so größer ist die Exaktheit der zu solch einem Modell gehörenden Theorie. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von den exakten Wissenschaften, zu denen vor allem die Physik und die technischen Wissenschaften gehören. In anderen wissenschaftlichen Disziplinen spricht man von beschreibender Wissenschaft, die ihre Aussagen überwiegend auf die sprachliche und nicht so sehr auf mathematische Formalismen stützt. Hiermit soll keinesfalls eine Wertung ausgedrückt werden. Es ist meines Erachtens sogar oft so, dass die Forschungsobjekte in den beschreibenden Wissenschaften derart komplex sind, dass eine formal mathematische Beschreibung dieser Komplexität einfach nicht gerecht würde.

Gleichungen Nun wollen wir noch einige Erläuterungen zu dem Begriff der mathematischen Gleichungen geben. Gleichungen sind im Grunde die mathematischen Formen von Aussagen. In ihrer spezifischen Darstellung aber lassen sich Gleichungen auf verschiedene Art und Weise bearbeiten. Man kann Gleichungen zum Beispiel einfach nur hinschreiben, man kann sie aber auch umformen oder mit ihnen Rechenoperationen durchführen. In diesem Zusammenhang sind vor allem die Regeln der Algebra von Bedeutung. Was ist aber nun eine mathematische Gleichung? Um diese Frage zu beantworten müssen wir einen neuen Begriff einführen, nämlich den des mathematischen Terms. Ein Term ist ein Ausdruck, der Zeichen für Elemente von Mengen, Operatorsymbolen (z.B. $+$, $-$, $\sqrt{\quad}$) oder Bezeichner für Variablen enthalten kann. Wenn nun zwei solcher Terme durch das Gleichheitszeichen ($=$) verbunden werden, so stellt dies eine mathematische Gleichung dar. Nehmen wir zum Beispiel den Term: $3+x$ und dazu den Term 25, dann wird durch das Gleichheitszeichen daraus die einfache Gleichung $3+x=25$. Diese Gleichung besagt, dass wenn man die Zahl 3 und eine unbekannte Zahl x durch die Operation der Addition miteinander verknüpft, dies gleichzusetzen ist mit der Zahl 25. Wenn man nun die unbekannte Zahl x finden möchte, die diese Gleichung erfüllt, so bedient man sich weiterhin der algebraischen Regeln. Für unsere Gleichung bedeutet dies, dass wir von beiden Termen die Zahl 3 subtrahieren; wir rechnen also $3+x-3$ und $25-3$ aus und schreiben die sich daraus ergebende Gleichung neu hin, so dass wir $x=22$ erhalten. Damit ist die Bestimmung der Zahl x auch schon geschehen. Wir können nun zur Überprüfung, ob wir richtig gerechnet haben, in der Ausgangsgleichung anstelle des Platzhalters x die Zahl 22 einsetzen, und wir sehen, dass die Aussage der Gleichung $3+22=25$ richtig ist. Dieses sehr einfache Beispiel soll lediglich den Begriff der mathematischen Gleichung verdeutlichen und aufzeigen, wie solch eine Gleichung mit den Regeln der Algebra behandelt werden kann. Es gibt natürlich Gleichungen, deren Terme weitaus komplizierter aufgebaut sind. Darüber hinaus gibt es auch Systeme von Gleichungen, die durch spezielle Formalismen behandelt werden, und die es zum Beispiel erlauben, mehrere unbekannte Zahlen simultan zu bestimmen.

In der Wissenschaft, insbesondere in der Physik, begegnen wir immer wieder mathematischen Gleichungen, deren Terme physikalische Größen

zueinander in Beziehung setzen. Dabei ist es meist von besonderem Interesse, den physikalischen Aussagegehalt solcher Gleichungen tiefer zu ergründen. In den technischen Wissenschaften hingegen kommt es bei der Behandlung von Gleichungen eher darauf an, quantitative Ergebnisse bzw. Abschätzungen zu erhalten, um zum Beispiel ein technisches System entsprechend auszulegen. Das bedeutet, dass die Technik die Mathematik mehr anwendungsbezogen gleichsam als ein Werkzeug einsetzt.

4.2.2 Systeme und deren mathematische Beschreibung

Obwohl es sich bei der Mathematik um ein, wie gesagt, sehr abstraktes geistiges Gebilde handelt, spielt die Anschauung eine nicht unwesentliche Rolle zumindest bei der Entwicklung von mathematischen Teilgebieten. Dies dürfte wohl auch mit ein Grund dafür sein, dass sich die mathematischen Methoden als hilfreiche Werkzeuge für die Berechnung physikalischer und technischer Systeme eignen.

Wir wollen im Folgenden nicht die Teilgebiete der Mathematik erörtern, was zweifelsohne den Rahmen dieses Buches bei weitem sprengen würde. Wir wollen aber beispielhaft betrachten, wie der Formalismus der Mathematik mit den durch ihn beschriebenen realen physikalischen und technischen Systemen zusammenhängt.

Ein wesentlicher Aspekt bei der Anwendung der Mathematik ist die Idealisierung von zu berechnenden Systemen. Dies bedeutet, dass man als Grundlage der Anwendung einer mathematischen Methode ein reales System nur in Teilbereichen und mit vereinfachten Elementen modelliert. Ein solches Modell kann und soll auch nicht alle realen Eigenschaften eines Systems erfassen, denn nur dadurch, dass ein reales System im Modell sozusagen auf die interessierenden Eigenschaften reduziert wird, ist eine Beschreibung mittels der Mathematik möglich. In diesem Sinne können wir ein physikalisches oder technisches System ganz allgemein als einen klar von seiner realen Umgebung abgegrenzten Teilbereich der realen Welt auffassen. Der Spielraum der Abgrenzung, die ja von uns, den Beobachtern, vorgenommen wird, ist dabei sehr weit gesteckt, so dass auch der Begriff des Systems sehr weit gefasst werden muss. Mir

erscheint es in diesem Zusammenhang sinnvoll, wenn man eine Unterscheidung zwischen physikalischen und technischen Systemen vornimmt, da die Physik sich überwiegend mit sehr elementaren Eigenschaften von Systemen beschäftigt, die Technik aber, aufbauend auf diesen physikalischen Grundlagen, komplexe künstliche Systeme entwickelt, die sich gegebenenfalls aus einer Vielzahl von unterscheidbaren Einzelsystemen zusammenfügen. Auch sind die Zielrichtungen der Physik und der Technik unterschiedlich, was die Unterscheidung des Systembegriffs in beiden Bereichen bedingt. Zusätzlich zu der Modellbildung bzw. der Idealisierung müssen wir aber auch noch den Begriff der physikalischen Größe näher erörtern, um zu verstehen, wie es möglich ist, physikalische Systeme zu mathematisieren. Eine Größe im physikalischen Sinne ist immer durch mindestens zwei Merkmale beschrieben. Diese sind zum einen die sogenannte Maßzahl und zum anderen die Einheit. Was Einheiten sind, und wie sie festgelegt werden, das haben wir bereits weiter oben bei der Besprechung verschiedener physikalischer Größen wie Weg, Zeit, Masse usw. gesehen. Die Maßzahl gibt an, mit welchem Vielfachen der entsprechenden Einheit man bei der betrachteten physikalischen Größe zu rechnen hat. Genau in dieser Darstellung von physikalischen Größen aber liegt der Grund, warum wir die mathematischen Formalismen so gut anwenden können. Die Maßzahlen sind eben nichts anderes als Zahlen, mit denen die Mathematik sich beschäftigt, für die Rechenregeln entwickelt wurden, und auf denen die Methoden der Mathematik unter anderem aufbauen (siehe Abbildung 4.3). Dass man auch mit den Einheiten im Sinne mathematischer Rechenregeln rechnen kann, sei hier nur am Rande erwähnt, obwohl diese Tatsache bei konkreten physikalischen Rechnungen nicht unwichtig ist. Nun wollen wir aber konkreter werden und anhand einiger Beispiele den gedanklichen Zusammenhang zwischen physikalischen Modellen und ihrer mathematischen Beschreibung näher erörtern.

Wie weit reicht das Licht? Die Wechselwirkung des Lichtes mit Materie ist in der Physik von weitreichendem Interesse. Wir wollen uns einmal einen speziellen Fall dieses Bereiches herausgreifen, nämlich die Ausbreitung von Licht in einem Raum, in dem kleinste Materieteilchen, dies können zum Beispiel Moleküle eines Gases oder eines Gasgemisches

sein, völlig gleichmäßig verteilt sind. Innerhalb dieses mit Gas gefüllten Raumes befindet sich eine Lichtquelle, die über einen endlichen Querschnitt ein Bündel paralleler Lichtstrahlen erzeugt. Dieses Licht bestrahlt ein Messgerät, welches die Lichtintensität⁸ selektiv in Richtung der Lichtausbreitung misst, und dessen Abstand zur Lichtquelle entlang der Ausbreitungsrichtung der Lichtstrahlen von Null bis unendlich variiert werden kann. Uns interessiert nun, ob und, wenn ja, wie sich die Lichtintensität vom Abstand zwischen der Lichtquelle und der Messfläche und damit von der vom Licht durchlaufenen Strecke ändert. Mit diesen kurzen Beschreibungen haben wir bereits einen gedanklichen experimentellen Aufbau dargestellt, der zugleich auch ein isoliertes und idealisiertes und damit in gewisser Hinsicht vereinfachtes gedanklich physikalisches System darstellt (siehe Skizze 4.5). Warum ist das so? Nun, unser System ist isoliert, weil wir zum Beispiel einen Raum mit vollkommen gleichmäßiger oder auch homogener Verteilung der obendrein auch noch reinen Luft voraussetzen, was, wollten wir diese Bedingungen in der Tat erreichen, die Ausschaltung jedweder Luftdruckschwankungen und thermisch bedingter Bewegungen größerer Luftmassen innerhalb unseres Messraumes erforderlich machen würde. Die Luft, die wir benutzen wollten, müsste zuvor von allen Verunreinigungen befreit werden. Des Weiteren müssten wir alle Fremdlichtquellen ausschalten, so dass unser Intensitätsmessgerät wirklich nur das von unserer speziellen Lichtquelle kommende Licht misst. Alle diese Bedingungen können natürlich nur angenähert realisiert werden und stellen somit eine gewisse Idealisierung dar. Natürlich können wir die Forderung nach einem unendlich großen Abstand zwischen Lichtquelle und Messgerät auch nur annähern. Zum Beispiel durch eine Verlängerung des vom Lichtstrahl durchlaufenen Weges durch mehrfache Reflexionen an möglichst gut reflektierenden Spiegeln.

⁸Die Intensität des Lichtes steht für die Menge an Licht, welche pro Zeiteinheit auf eine Messfläche auftrifft. Betrachten wir das Licht als einen Strom von Lichtquanten, von Photonen, so entspricht die Lichtmenge der Photonenanzahl.

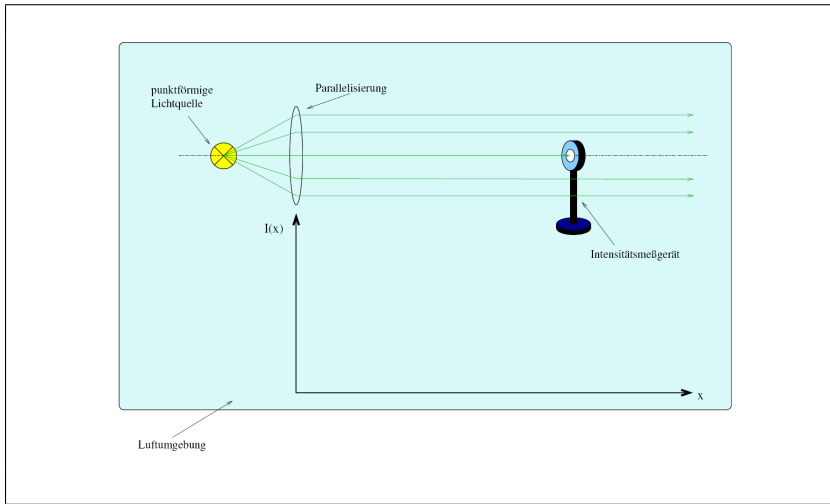


Abbildung 4.5: Messung der Lichtintensität

Nun wollen wir aber nicht die Durchführung eines solchen Experimentes sondern die mathematisch theoretische Beschreibung der dabei interessierenden und im Mittelpunkt stehenden physikalischen Fragestellung betrachten. Wir nehmen an, die Frage ob sich die Intensität des Lichtes in unserem Experiment ändert, sei bereits mit ja beantwortet. Dann können wir uns dem zweiten Teil der Frage zuwenden, wie oder nach welcher Gesetzmäßigkeit geschieht diese Änderung bzw. wie ist sie mathematisch darzustellen. Dazu müssen wir natürlich auf das zurückgreifen, was wir bereits wissen und was wir eventuell als neue Annahme voraussetzen wollen. Wir gehen davon aus, dass wir unseren Lichtstrahl auch als einen Strom von kleinsten Lichteinheiten, die Photonen, betrachten können. Außerdem wissen wir auch um die Wechselwirkungen zwischen diesen Photonen und den unterschiedlichen Molekülen die die Luft bilden, welche wir für die Änderung der Lichtintensität verantwortlich machen. Im wesentlichen sind hier die sogenannten Streuprozesse zu nennen. Es geht uns aber gar nicht darum diese mikroskopischen Wechselwirkungsprozesse zu erkennen. Wir wollen ja lediglich, um es noch einmal zu wiederholen, die Änderung der Lichtintensität entlang der Ausbreitung des Lichtes beschreiben. Wir können zunächst ein zweiaxsiges Koordinatensystem festlegen, in dem eine der Achsen mit der Richtung der Lichtausbreitung zusammenfällt. Diese Achse bezeichnen wir als die X-Achse, und sie stellt

eine Raumkoordinate dar. Es reicht natürlich aus, wenn wir nur die positive Halbachse zur Beschreibung heranziehen. Senkrecht zu dieser steht die Intensitätsachse. Jeder Punkt innerhalb dieses Koordinatensystems stellt somit einen zum jeweiligen dazugehörigen Ort x gehörenden Intensitätswert $I(x)$ dar. Dieser Ausdruck, $I(x)$, steht also für eine mathematische Funktion in Abhängigkeit von der Ortskoordinate x . Wir legen nun fest, dass wir uns für $x=0$ direkt am Ort der Lichtquelle befinden. Hier messen wir eine Lichtintensität, die wir als I_0 bezeichnen. Wir können diesen Sachverhalt auch durch eine mathematische Gleichung hinschreiben:

$$I(x = 0) = I(0) = I_0 \quad (4.1)$$

Im nächsten Schritt betrachten wir einen beliebigen Ort x und einen zweiten Ort $x + \Delta x$, wobei Δx (sprich: delta- x) ein kleines Wegstück auf der x - Achse bedeutet. Aus den zu diesen Orten gehörenden Intensitäten bilden wir nun die Differenz, wodurch wir einen ersten mathematischen Ausdruck für die Änderung der Lichtintensität entlang der Ausbreitungsrichtung erhalten. Wir betrachten also:

$$I(x + \Delta x) - I(x) \quad (4.2)$$

und wenden darauf einen mathematischen Kunstgriff an, indem wir das Δx immer kleiner werden lassen bis es im mathematischen Sinn unendlich, man sagt auch infinitesimal, klein geworden ist. Das drücken wir dann in der Ersetzung von Δx durch dx aus. Was bringt uns das? Diese Vorgehensweise führt dazu, dass der Ort $x + dx$ unendlich nahe an den Ort x heranrückt. Entsprechend erwarten wir auch bei den zugehörigen Funktionswerten, den Intensitäten an diesen unendlich eng beieinanderliegenden Orten, eine verschwindende Änderung, die wir fort hin mit $dI(x)$ bezeichnen. Es gilt also:

$$I(x + dx) - I(x) = dI(x) \quad (4.3)$$

Die Ausdrücke dx und $dI(x)$ werden Differentiale genannt und sie haben in der Mathematik eine ganz bestimmte Bedeutung. Sie stellen genau genommen Grenzwerte von Differenzen dar. Man kann jedoch mit diesen Differentialen ähnlich rechnen, wie auch mit Zahlen. Allerdings muss man

immer ihre spezielle Bedeutung im Auge behalten. Der Term:

$$\frac{dI(x)}{dx} \quad (4.4)$$

stellt in diesem Zusammenhang nicht nur einfach eine Division dar, sondern wiederum einen spezifischen Grenzwert, den man auch Differentialquotient nennt. Dieser Differentialquotient ist eine mathematische Beschreibung der Änderung einer Funktion, in diesem Fall der Intensität in Bezug auf eine entsprechende infinitesimale Änderung der unabhängigen Variablen der Funktion, hier die Ortskoordinate x . Dieser Quotient ist selbst wieder eine mathematische Funktion, die von x abhängt, die aber nun nicht mehr den Wert der Intensität bezüglich x , sondern die Änderung der Intensität an einem Ort x beschreibt. Wir können es auch so formulieren, dass wir sagen, der Differentialquotient stellt eine Beschreibung des tendenziellen Verhaltens einer mathematischen Funktion dar. Das ist ja gerade das, was uns eingangs dieses Beispiels interessierte. Die mathematische Schreibweise für den Grenzwert, der sich hinter diesen Differentialquotienten, verbirgt, sieht wie folgt aus:

$$\frac{dI(x)}{dx} = \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{I(x+h) - I(x)}{h} \right) \quad (4.5)$$

Grenzwerte werden in der Sprache der Mathematik allgemein mit Limes bezeichnet. Das Argument, also der Ausdruck innerhalb der Klammern, gibt an, wovon der Grenzwert berechnet werden soll, und der Index unterhalb der Abkürzung »lim« zeigt an, gegen welchen Wert die zu variiierende Größe laufen soll.

Nun müssen wir noch einige logische physikalische Betrachtungen vornehmen, um zu einer mathematisch formulierten Aussage über unser System hinsichtlich unserer Fragestellung zu gelangen. Wenn wir, wie bereits weiter oben angedeutet, das in x -Richtung strahlende Licht als einen Strom von Photonen auffassen, dann werden sicherlich um so mehr die Intensität beeinflussende Wechselwirkungsprozesse mit den Molekülen der Luft pro Zeiteinheit stattfinden, je größer die Dichte der Photonen und damit die Lichtintensität ist. Das bedeutet aber, dass die Änderung der Intensität am Orte x proportional der Intensität selbst an diesem Ort ist. Diese Aussage können wir nun mathematisch formulieren, indem wir

schreiben

$$\frac{dI(x)}{dx} \propto I(x) \quad (4.6)$$

Dabei steht das Zeichen \propto für »ist proportional zu«. Eine übliche Vorgehensweise, um aus dieser Proportionalitätsgleichung eine wirkliche Gleichung mit einem Gleichheitszeichen zu machen, ist die Hinzufügung einer Proportionalitätskonstante auf der rechten Seite, die wir α nennen wollen. Somit erhalten wir die Gleichung:

$$\frac{dI(x)}{dx} = \alpha I(x) \quad (4.7)$$

Diese Gleichung, es handelt sich um eine sogenannte Differentialgleichung, kann nun mit rein mathematischen Formalismen behandelt werden, so dass wir letztendlich die Funktion $I(x)$ explizit hinschreiben können, womit unsere Fragestellung nach der Abhängigkeit der Intensität vom Ort x und damit von der vom Licht durchlaufenen Luftstrecke beantwortet wäre. Dazu muss angemerkt werden, dass es eine bekannte mathematische Funktion gibt, die Exponentialfunktion mit der natürlichen Zahl e als Basis. Sie lässt sich schreiben als:

$$y(x) = e^x \quad (4.8)$$

und eine ihrer bemerkenswerten Eigenschaften ist die Gleichheit ihres Differentialquotienten mit der Funktion selbst, so dass gilt:

$$\frac{dy(x)}{dx} = y(x) \text{ bzw. } \frac{d}{dx}(e^x) = e^x \quad (4.9)$$

Dies sieht aber sehr ähnlich unserer Differentialgleichung 4.6. Wir können also vermuten, dass unsere gesuchte Intensitätsfunktion eine e -Funktion ist. Wir ersetzen deshalb in unserer Differentialgleichung den Ausdruck für die Intensität $I(x)$ durch eine etwas allgemeinere Darstellung der e -Funktion:

$$I(x) = C e^{\lambda x} \quad (4.10)$$

Die Größen C und λ stehen darin für zwei noch genau zu ermittelnde Konstanten. Wenn man mit dieser Ersetzung die Differentialgleichung

nach den Regeln der Differentialrechnung ausgewertet, dann erhalten wir:

$$C \lambda e^{\lambda x} = C \alpha e^{\lambda x} \quad (4.11)$$

und daraus kann man sofort ablesen:

$$\lambda = \alpha$$

Am Anfang unserer Betrachtungen hatten wir bereits festgelegt, dass $I(x)$ an der Stelle $x:0$ den Wert I_0 (siehe 4.1) hat. Daraus folgt mit den bisherigen Ergebnissen das folgende Gesetz, welches als das Lambertsche Gesetz bekannt ist:

$$I(x) = I_0 e^{\alpha x} \quad (4.12)$$

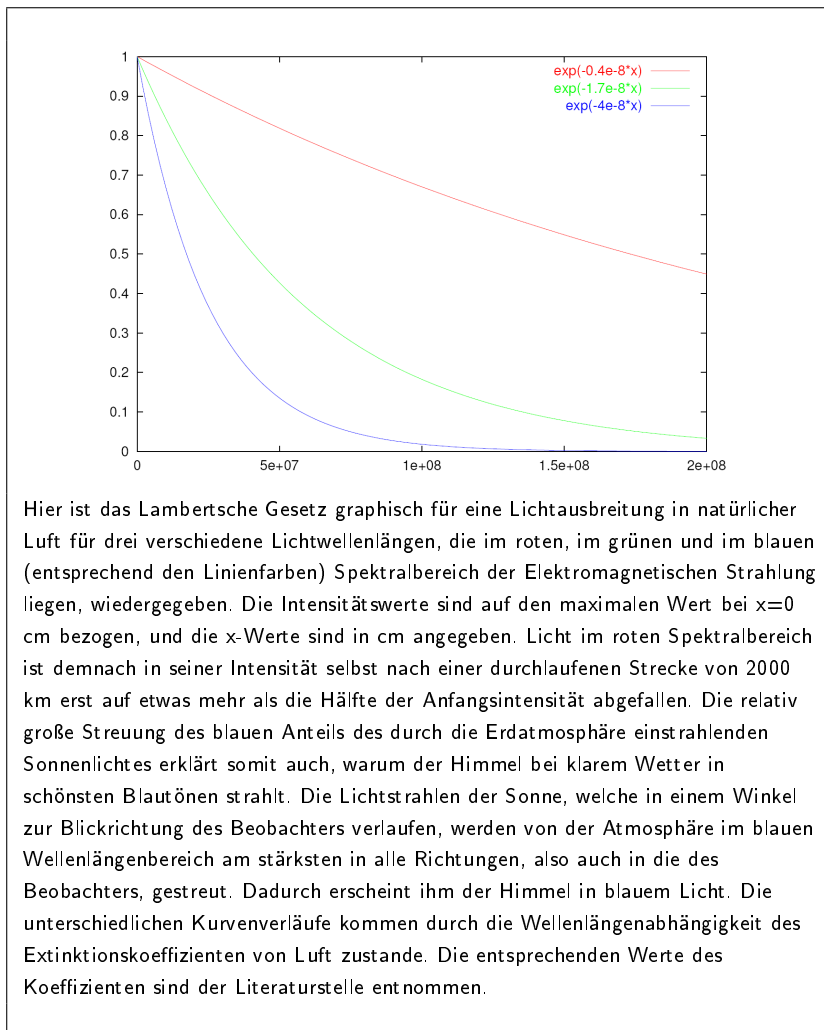


Abbildung 4.6: Theoretischer Kurvenverlauf für das Lambertsche Gesetz

Die Streuung von Licht an Streuzentren, um die es ja hier geht, führt natürlich immer nur zu einer Verringerung der Lichtintensität in Ausbreitungsrichtung. Aus diesem Grund muss α kleiner als Null sein, damit unser Ergebnis physikalisch sinnvoll wird. Damit sind wir nun an Ziel, nämlich der Beantwortung unserer Frage, angelangt. Wir können damit zumindest qualitativ den Intensitätsverlauf eines parallelen Lichtbündels entlang seiner Ausbreitungsrichtung zum Beispiel graphisch darstellen

wie auf der Abbildung 4.6. Wir wollen noch einige Anmerkungen zu der unscheinbaren Proportionalitätskonstante α machen. Für die mathematische Behandlung unseres Problems haben wir lediglich die Konstanz dieses Faktors im Exponenten der e-Funktion, also die Unabhängigkeit von der Intensität des einstrahlenden Lichtes, vorausgesetzt. Das spezielle Aussehen der Differentialgleichung folgte alleine aus Annahmen über die Natur des Lichtes. Außer der Annahme, dass die mikroskopischen Wechselwirkungsprozesse der Lichtphotonen mit den Molekülen der Luft eine Verringerung der Lichtintensität verursachen, haben wir keine weiteren Voraussetzungen über diese Prozesse gemacht. Daraus können wir auf eine gewisse Allgemeingültigkeit unseres gefundenen Gesetzes schließen. Anstatt auf Luft könnten wir unser Intensitätsgesetz zum Beispiel auch auf Wasser anwenden oder auf andere Flüssigkeiten oder auch auf andere Gase. Eine genauere Untersuchung der Größe α zeigt, dass sie nicht immer unabhängig von der Intensität des Lichtes und auch nicht unabhängig von der Wellenlänge (siehe Skizze 4.6) der Lichtwellen ist. Auf jeden Fall aber können wir festhalten, dass sich hinter diesem α die physikalische Natur der auf mikroskopischer Ebene stattfindenden Wechselwirkungsprozesse (Streuprozesse) verbirgt, es also aus physikalischer Sicht von großem Interesse ist.⁹ Dieses Beispiel der Herleitung einer physikalischen Gesetzmäßigkeit mit den Mitteln der Mathematik hat deutlich gemacht, dass die Sprache der Mathematik im Grunde eine elegante Möglichkeit ist, das, was wir auch mit unserer normalen Sprache ausdrücken können, wesentlich verkürzter, präziser und vor allem eindeutiger darzustellen. Ein wesentlicher Unterschied zur normalen Sprache ist jedoch die Möglichkeit, die sich durch das Rechnen, welches in der Mathematik streng reglementiert ist, ergibt. Diese Möglichkeit des nach eindeutig festgelegten Regeln zu vollziehenden Bearbeitens von Termen, Ausdrücken, Gleichungen und Gleichungssystemen usw. innerhalb der Mathematik macht diese Sprache zu einem besonderen Werkzeug für

⁹Die mathematischen Begriffe der Differentialrechnung und der Differentialgleichungen und die Formalismen bzw. Rechenregeln dieser mathematischen Teilbereiche, von denen wir bei der Herleitung des Lambertschen Gesetzes Gebrauch gemacht haben, sind für die Physik und andere Wissenschaften von außerordentlicher Bedeutung. Darum sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass zu einem gründlichen Verständnis entsprechende Fachliteratur studiert werden sollte. Vor allem für das Verständnis der Differentiale und der Differentialquotienten sollte man entsprechende Literatur zur Einführung in diese mathematischen Bereiche parallel lesen.

die Betrachtung und die Darstellung von wissenschaftlichen Modellen.

Idealisierung von beiden Seiten Eine der wesentlichen Aufgaben der technischen Disziplin der Elektronik besteht darin, elektronische Schaltungen, also spezifische technische Systeme, zu entwickeln. Wenn wir uns einmal in unseren Haushalten umsehen, dann werden wir diverse elektronische Geräte, zum Beispiel Rundfunkempfänger, Fernseher, Audio-CD-Spieler elektronische Uhren usw., vorfinden, in denen solche spezielle elektronische Schaltungen ihre Anwendung finden. Wer schon mal die Gelegenheit hatte, die technische Ausführung einer elektronischen Schaltung zum Beispiel eines Rundfunkempfängers zu betrachten, der war vielleicht erstaunt darüber, aus wie vielen Einzelteilen sich diese Schaltung zusammensetzt. Beim Aufbau elektronischer Schaltungen kommen die unterschiedlichsten Bauelemente zum Einsatz. Dabei sind drei dieser Bauelemente sehr grundlegend. Nämlich die Spule, der Kondensator und der elektrische Widerstand. Für die Spule wird insbesondere von den Elektrotechnikern oft der Begriff Induktivität, für den Kondensator der Begriff Kapazität und für den elektrischen Widerstand der Begriff Ohmscher Widerstand benutzt. Diese Begriffe deuten auf die spezifischen physikalischen Eigenschaften dieser Bauelemente, welche für den Einsatz in elektronischen Schaltungen die Grundlage bilden, hin. Wir wollen an dieser Stelle nicht näher auf die physikalische Bedeutung dieser Eigenschaften eingehen. Zunächst soll es uns vielmehr darum gehen, die Tatsache herauszustellen, dass die realen Bauelemente immer zugleich alle drei Eigenschaften aufweisen. Das heißt eine reale Spule wirkt überwiegend induktiv, ein Kondensator wirkt entsprechend überwiegend kapazitiv und ein Widerstand wirkt überwiegend ohmsch. Alle drei Bauelemente weisen aber auch die Eigenschaften der jeweils beiden anderen Bauelemente, wenn auch in nur relativ geringem Maße, auf. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von sogenannten parasitären Eigenschaften dieser Bauelemente. Bei der mathematischen Behandlung können diese parasitären Effekte in vielen Fällen oftmals unberücksichtigt bleiben, ohne dass bei der Berechnung von Schaltungen zu große Fehler auftreten. Ja es ist sogar so, dass eine Berechnung bei Berücksichtigung aller parasitären Effekte unter Umständen mit vertretbarem Aufwand kaum noch durchführbar wäre. Aus der Sicht der Mathematik werden diese Bau-

elemente also idealisiert betrachtet. Es wäre natürlich wünschenswert, wenn die Bauelemente, die in einer elektronischen Schaltung eingesetzt werden, wirklich nur die gewünschten Eigenschaften besäßen, damit die mathematische Behandlung solcher Schaltungen der Realität möglichst nahe kommt. Eine Annäherung an ideale Verhältnisse ist also sowohl seitens der Mathematik, z. B. durch die Vernachlässigung der erwähnten parasitären Effekte, als auch seitens der technischen Realisierung, durch den Einsatz geeigneter Werkstoffe und geeigneter Bauformen der Bauelemente, notwendig, um sich letztlich in der Mitte treffen zu können. Dieses Treffen bedeutet dann, dass eine Vorausberechnung von Schaltungen und schließlich deren Aufbau entsprechend der Ergebnisse der Rechnung überhaupt möglich sind.

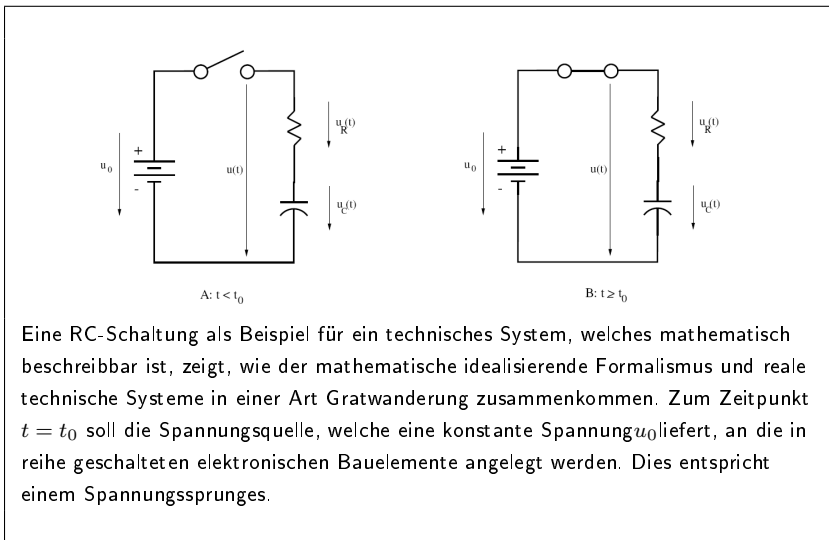


Abbildung 4.7: Berechnungen am RC-Glied

Ein konkretes Beispiel für die mathematische Beschreibung eines technischen Systems Wir wollen uns nun ein relativ einfaches technisches System, genauer ein elektrotechnisches System, vor dem Hintergrund des vorab Gesagten ein wenig genauer ansehen. Es handelt sich dabei um eine elektronische Schaltung, die im wesentlichen aus zwei Bauelementen gebildet wird, nämlich einem ohmschen Widerstand und einer Kapazität, welche in reihe zusammengeschaltet sind. Eine solche Schal-

tung wird auch RC-Glied genannt (siehe Abbildung 4.7), entsprechend der in der Elektrotechnik üblichen symbolischen Schreibweise, nach der ein ohmscher Widerstand mit R und eine Kapazität bzw. ein Kondensator mit C bezeichnet werden.

Eine der wesentlichen Fragestellungen bei der Berechnung von elektronischen Schaltungen ist die nach den zeitlichen Verläufen der elektrischen Spannungen und der elektrischen Ströme, welche an den einzelnen Bauelementen anliegen bzw., welche durch sie hindurch fließen. Wir wollen nun für unser RC-Glied mathematisch beschreiben, wie sich die Spannungen und die Ströme beim Aufschalten einer Spannungsstufe (siehe Abbildung 4.7) am Widerstand und am Kondensator zeitlich entwickeln. Dazu betrachten wir zuerst die Spannungsstufe. Diese realisieren wir technisch durch eine Spannungsquelle, die eine konstante Spannung U_0 liefert, und einen Schalter, der zum Zeitpunkt t_0 geschlossen wird. Diesen Einschaltvorgang können wir mathematisch durch folgende Darstellung beschreiben:

$$u(t) = \left\{ \begin{array}{l} 0 \quad \forall t < t_0 \\ U_0 \quad \forall t \geq t_0 \end{array} \right\} \text{ mit } t \in \mathbb{R} \quad (4.13)$$

Diese Schreibweise in der Nomenklatur der Mathematik muss man lesen als:

„ u von t ist gleich null für alle t mit t kleiner als t_0 und gleich U_0 für alle t mit t größer gleich t_0 mit t als Element der reellen Zahlen.“

Um es noch einmal zu verdeutlichen, sei noch mal darauf hingewiesen, dass wir mit der oben stehenden mathematischen Schreibweise den technischen Vorgang des Einschaltens einer Konstantspannungsquelle zu einem bestimmten Zeitpunkt t_0 beschrieben haben. Diese mathematische Beschreibung stellt eine Idealisierung dar, denn es ist in der Realität völlig unmöglich einen Einschaltvorgang zu realisieren, durch den ein Spannungsverlauf $u(t)$ entsteht, der dem zeitlichen Verlauf dieser mathematischen Funktion tatsächlich entsprechen würde. Denn ansonsten müsste ja eine Spannung in unendlich kurzer Zeit von Null auf einen endlichen Wert U_0 ansteigen.

Nun müssen wir noch die Definitionen der Zusammenhänge von Strom

und Spannung an einem ohmschen Widerstand und an einem Kondensator darstellen. Diese lauten:

$$u_R(t) = R i_R(t) \quad (4.14)$$

$$u_C(t) = \frac{1}{C} \int i_C(t) dt \quad (4.15)$$

Dabei bezeichnen die mit R indizierten Größen die Spannung am und den Strom durch den ohmschen Widerstand, und die mit einem C indizierten Größen die Spannung am und den Strom durch den Kondensator. Diese Gleichungen sind die allgemeingültigen Zusammenhänge zwischen Strom und Spannung an den entsprechenden Bauelementen, die wir an dieser Stelle einfach einmal als gegeben hinnehmen wollen. Demnach hängt die Spannung an einem ohmschen Widerstand rein linear von dem durch ihn fließenden Strom ab. Der Zusammenhang zwischen der Kondensatorspannung und dem Kondensatorstrom hingegen ist ein wenig komplizierter, er ist nämlich von integraler Form. Man muss also, um den zeitlichen Spannungsverlauf an einem Kondensator zu erhalten, den Kondensatorstrom über der Zeit integrieren, was soviel bedeutet wie aufsummieren. Die Integration einer Funktion ist die mathematische Umkehroperation zur Differenzierung, die wir bereits weiter oben bei der Besprechung des Lambertschen Gesetzes der Lichtstreuung kennengelernt haben.

Wenn wir nun unser RC-Glied und den Einschaltvorgang weiter untersuchen, so werden wir wieder auf eine Differentialgleichung (DGL) stoßen, die es zu lösen gilt. Dazu müssen wir noch wissen, dass sich eine Spannung, die an einer Reihenschaltung von zwei Bauelementen anliegt immer als Summe der beiden Teilspannungen ergibt. Der Strom, der in eine Reihenschaltung hineinfließt, ist für alle Bauelemente der gleiche. Das bedeutet nun für unser Beispiel in mathematischer Formulierung:

$$u(t) = u_R(t) + u_C(t) \quad (4.16)$$

$$i(t) = i_R(t) = i_C(t) \quad (4.17)$$

Damit können wir nun beginnen, mit Hilfe des geeigneten mathematischen Formalismus unser RC-System zu berechnen, das heißt den Verlauf der einzelnen Spannungen und der Ströme zu bestimmen. Wir sehen uns

das System zunächst für alle Zeitpunkte kleiner t_0 an. Es gilt für diesen Zeitbereich gemäß des Spannungsverlaufes $u(t)$ (4.13)

$$u(t) = 0$$

und damit ist auch $i(t)=0$, denn ohne eine elektromotorische Kraft (EMK), also ohne Spannungsquelle, kann kein Strom durch den Kreis fließen. Es folgt damit sofort wegen der Gleichung 4.17 $i_R(t) = 0$ und $i_C(t) = 0$. Und daraus wiederum folgern wir mit der Gleichung 4.14 und mit der Gleichung 4.15, dass sowohl $u_R(t)$ als auch $u_C(t)$ null sind. Das bedeutet nun also, für alle Zeitpunkte kleiner als t_0 sind alle vier gesuchten Funktionen, $u_R(t)$, $u_C(t)$, $i_R(t)$ und $i_C(t)$ gleich null. Der nächste Schritt besteht darin, unser System für alle Zeitpunkte größer als t_0 zu berechnen. Gemäß der Gleichung 4.13 ist $u(t)$ nun gleich dem konstanten Wert u_0 . Damit können wir folgende Schlussfolgerungen aufstellen: Aus Gleichung 4.16 folgt:

$$u_0 = u_R(t) + u_C(t) \quad (4.18)$$

mit den Gleichungen 4.14 und 4.15 folgt:

$$u_0 = R i_R(t) + \frac{1}{C} \int i_C(t) dt \quad (4.19)$$

und da nach Gleichung 4.17 $i_R(t) = i_C(t)$ folgt:

$$u_0 = R i_C(t) + \frac{1}{C} \int i_C(t) dt \quad (4.20)$$

damit haben wir eine Gleichung, in der nur noch eine einzige Funktion der Zeit, nämlich die des Kondensatorstromes, auftaucht. Diese Gleichung wollen wir nun auf beiden Seiten nach t differenzieren und durch R dividieren, womit wir die folgende Gleichung erhalten:

$$0 = \frac{d}{dt} (i_C(t)) + \frac{1}{RC} i_C(t) \quad (4.21)$$

bzw. nach Umformung:

$$\frac{d}{dt} (i_C(t)) = -\frac{1}{RC} i_C(t) \quad (4.22)$$

Diesen Differentialgleichungstyp haben wir bereits bei dem weiter oben betrachteten Beispiel der Lichtstreuung kennengelernt. Dieser Typ lässt sich durch einen Ansatz mit einer e-Funktion lösen. Das heißt für dieses Beispiel nehmen wir an: $i_C(t) = K e^{\lambda(t-t_0)}$ und setzen dies in die Differentialgleichung ein, womit wir erhalten:

$$K \lambda e^{\lambda(t-t_0)} = -\frac{K}{RC} e^{\lambda(t-t_0)} \quad (4.23)$$

Unter der Voraussetzung, dass $K \neq 0$ gilt, können wir auf beiden Seiten durch $K e^{\lambda(t-t_0)}$ dividieren, und dann lesen wir sofort:

$$\lambda = -\frac{1}{RC} \quad (4.24)$$

also:

$$i_C(t) = K e^{-\frac{t-t_0}{RC}} \quad (4.25)$$

Unbestimmt ist bisher noch die Konstante K des Lösungsansatzes. Diese können wir aus der Betrachtung unserer Schaltung zum Zeitpunkt $t = t_0$ bestimmen. Wir hatten ja vorausgesetzt, dass zum Einschaltzeitpunkt der Kondensator völlig entladen und damit seine Spannung in diesem Moment gleich null sei. Die Spannung $u_C(t)$ besitzt also nur einen rein integralen Anteil, der sich von diesem Zeitpunkt, zu dem wir mit der Integration beginnen, nur ausgehend von seinem Anfangswert, hier also vom Wert Null aus, ändern kann. Im Einschaltmoment ist die Spannung am Kondensator somit gleich Null. Am Widerstand muss daher die gesamte Spannung u_0 anliegen, so dass der Strom durch den Widerstand gleich $\frac{u_0}{R}$ ist. Dieser Strom fließt auch durch den Kondensator. Somit gilt, da $e^0 = 1$ ist:

$$i_C(t=0) = K = \frac{u_0}{R} \quad (4.26)$$

und damit:

$$i_C(t) = \frac{u_0}{R} e^{-\frac{t-t_0}{RC}} \quad (4.27)$$

Damit haben wir eine der vier gesuchten Gleichungen vollständig bestimmt. Die drei weiteren Gleichungen können wir aus dieser Lösung ableiten. Die Gleichung für den Widerstandsstrom ist nach 4.17 dieselbe wie die für den Kondensatorstrom. Damit und mit der Gleichung 4.14

folgt direkt:

$$i_R(t) = u_0 e^{-\frac{t-t_0}{RC}} \quad (4.28)$$

Die Gleichung für die Kondensatorspannung gewinnen wir mit Gleichung 4.15:

$$u_C(t) = \frac{u_0}{RC} \int_{t_0}^t e^{-\frac{t-t_0}{RC}} dt = \frac{u_0}{RC} \left[-RC e^{-\frac{t-t_0}{RC}} \right]_{t_0}^t = u_0 \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{RC}} \right) \quad (4.29)$$

Wir wollen der Übersichtlichkeit halber die Ergebnisse unserer Berechnungen noch einmal zusammenstellen und die gefundenen Lösungen in graphischer Form aufbereiten, um auch ein wenig Anschaulichkeit zu erhalten. Die vollständige Lösung für unseren Einschaltvorgang an einem RC-Glied sieht also folgendermaßen aus:

$$\begin{aligned} u_R(t) &= \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \forall t < t_0 \\ u_0 e^{-\frac{t-t_0}{RC}} & \forall t \geq t_0 \end{array} \right\} \\ i_R(t) &= \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \forall t < t_0 \\ \frac{u_0}{R} e^{-\frac{t-t_0}{RC}} & \forall t \geq t_0 \end{array} \right\} \\ u_C(t) &= \left\{ \begin{array}{ll} 0 & \forall t < t_0 \\ u_0 \left(1 - e^{-\frac{t-t_0}{RC}} \right) & \forall t \geq t_0 \end{array} \right\} \end{aligned} \quad (4.30)$$

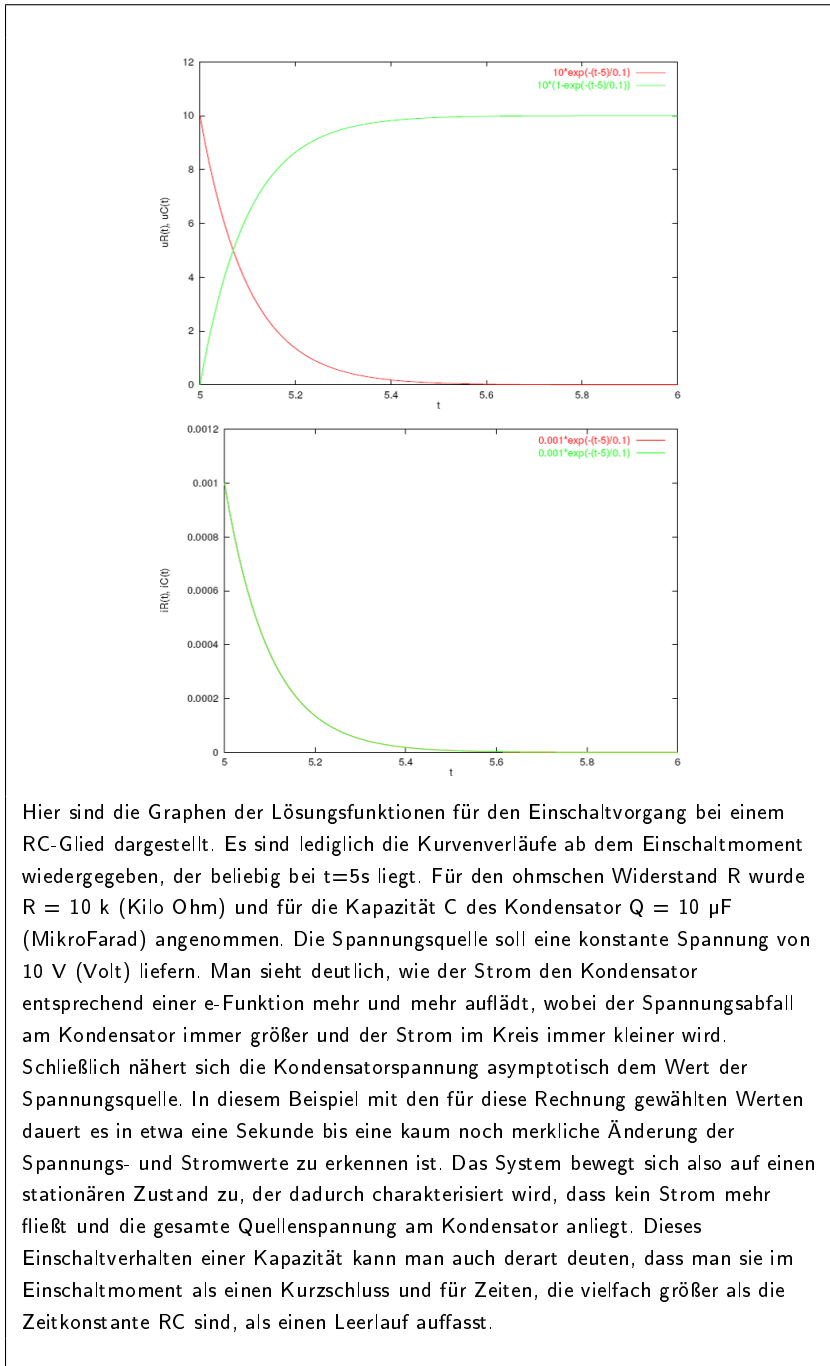


Abbildung 4.8: Theoretische Ergebnisse der Berechnungen der R-C-Reihenschaltung

Die Graphen zu diesen Funktionen sind auf den folgenden Abbildungen (Abbildung 4.8) zu sehen. Wir haben nun zwei verschiedene Beispiele für die mathematische Beschreibung von Systemen relativ ausführlich dargestellt.¹⁰ Bei all dem sollte es nicht primär darum gehen angewandte Mathematik zu lehren. Vielmehr sollte deutlich werden, wie der rein mathematische Formalismus mit den physikalischen bzw. technischen Betrachtungen von entsprechenden Systemen zusammenhängt. Dies wollen wir nun noch ein wenig näher ansehen.

Die Universalität der mathematischen Sprache Erinnern wir uns noch einmal an die Ausbreitung eines parallelen Lichtbündels und seinen Intensitätsverlauf auf seinem Weg durch ein streuendes Medium. Hier hatten wir eine Differentialgleichung gefunden, deren Lösung eine e-Funktion ist. Die Intensität nahm mit der zurückgelegten Wegstrecke entsprechend einer e-Funktion ab. Das zweite System aus dem Bereich der Elektrotechnik führte uns ebenfalls auf eine Differentialgleichung, die vom gleichen Typ wie der der ersten war. Was, um alles in der Welt, haben aber ein sich in der Atmosphäre ausbreitender Lichtstrahl und eine aus zwei grundlegenden Bauelementen der Elektronik bestehende Schaltung, die zu einem bestimmten Zeitpunkt an eine Konstantspannungsquelle angeschlossen wird, gemeinsam? Hätten wir nicht soeben aus der Sicht der Mathematik diese beiden Systeme betrachtet, so würden wir doch kaum auf die Idee kommen, in beiden auch nur im Entferntesten eine Gemeinsamkeit zu sehen. Bei den theoretischen Behandlungen der beiden Systeme hatten wir bei dem ersten Beispiel eine physikalisch mathematische und bei dem zweiten Beispiel eine technisch mathematische Betrachtungsweise zugrunde gelegt und waren endlich auf der Ebene der mathematischen Beschreibung beim gleichen Formalismus, nämlich dem der Lösung von bestimmten Differentialgleichungen, angelangt. Diese Gleichungen waren dabei so ähnlich, dass deren Lösungen uns auf die e-Funktion geführt hatten. Dadurch wird die Universalität der mathematischen Sprache deutlich, die die Anwendung ihrer Formalismen bzw. Regeln auf so unterschiedliche konkrete Berechnungsbeispiele, wie sie

¹⁰Die mathematischen Grundlagen der angewandten Differenzial- und Integralrechnung, von denen wir hier einige ohne weitere Erklärung angewendet haben, kann der interessierte Leser in geeigneter Fachliteratur vertiefen.

unsere beiden Systeme erforderten, erlaubt. Wenn wir nun das zweite Beispiel, also das technische System des RC-Gliedes, noch einmal aus der Sicht der Physik ein wenig genauer betrachten, dann können wir die den beiden Systemen gemeinsame Eigenschaft besser erkennen, und somit auch einsehen, warum eine derart gleichartige mathematische Beschreibung möglich ist (siehe Abbildung 4.9). Dazu ist es notwendig, sich klar zu machen, was ein elektrischer Strom im physikalischen Sinne bedeutet. nämlich den Transport von elektrischer Ladung, die, im Falle eines elektrischen Leiters, an die im Leiter befindlichen Elektronen gebunden ist. Wenn also durch einen Leiter ein elektrischer Strom fließt, dann bewegen sich Elektronen und sorgen somit für den Transport von Ladung. Außerdem müssen wir noch wissen, dass eine elektrische Ladung innerhalb eines elektrischen Feldes eine Kraft erfährt und dadurch bewegt werden kann. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von einer sogenannten Elektromotorischen Kraft (EMK), welche auf die Ladungsträger einwirkt. Eine solche EMK wird in unserem Beispiel durch die Batterie bzw. deren Spannung dargestellt. In dem Moment des Anlegens der EMK an das RC-Glied liegt folgende physikalische Situation vor. Durch den Kondensator werden die Pole der Batterie im Grunde nur geometrisch verändert, und der Widerstand bewirkt eine Art Engstelle für den Ladungsfluss. Während in den Zuleitungen zu den Kondensatorflächen und in diesen selbst die Ladungen statistisch gleichmäßig verteilt sind, liegt an den Polen der Batterie jeweils ein Überschuss an negativer bzw. an positiver Ladungsdichte vor, durch den nun in der Folge ein Ausgleichsvorgang stattfindet. Genau diesen Vorgang haben wir in unserem Beispiel oben berechnet, indem wir die charakteristischen Größen an den einzelnen Bauteilen (Ströme und Spannungen) bestimmten. Wenn wir nun die beiden Kondensatorbeläge, die mit den Polen der Batterie verbunden sind einzeln betrachten, so können wir beobachten, dass die Elektronen des mit dem Pluspol verbundenen Belages sich zum Pol der Batterie hin bewegen, während die Elektronen, die der Minuspol liefert, in den zweiten Kondensatorbelag hinein fließen. Dies stellt dann im Grunde das Fließen eines elektrischen Stromes dar. Es kommt somit also zwischen den Kondensatorbelägen zu einer Ladungsdifferenz, die wiederum ein elektrisches Feld zwischen den Belägen verursacht, und dieses Feld verstärkt die Polarisation an den sich gegenüberliegenden Kondensatoro-

berflächen. Mit anderen Worten, es bilden sich im Bereich der Kondensatoroberflächen zunehmende Raumladungen aus, die ihrerseits letztlich zu einer Kompensierung der EMK der Batterie führen. Wir sehen somit, dass das Fließen des Stromes in den Kondensator über den beschriebenen Rückkopplungseffekt zu einer Änderung des Stromes selbst führt. Dies ist der gleiche Zusammenhang, wie der, den wir bei der Lichtintensität in unserem ersten Beispiel kennengelernt haben.

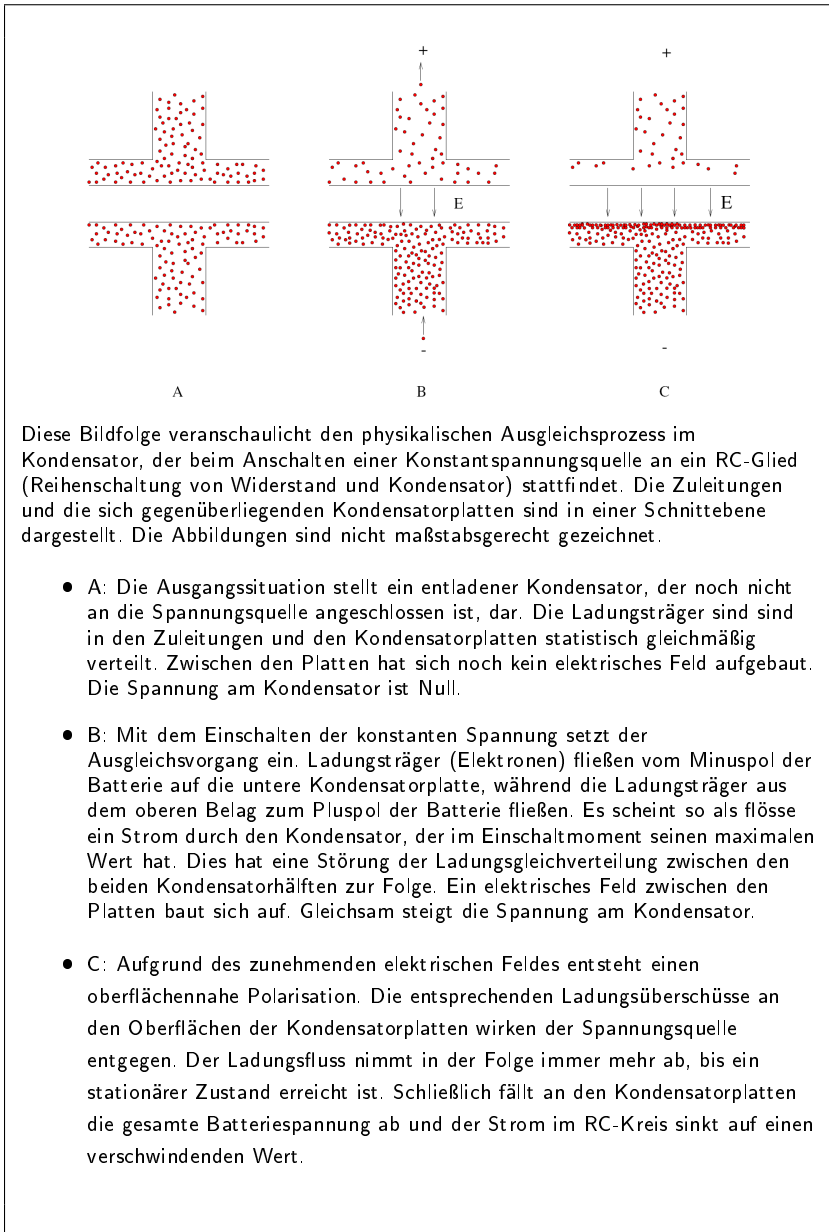


Abbildung 4.9: Ausgleichsvorgang im Kondensator

Wir sehen also, es ist für die Methoden der Mathematik egal, ob mit ihnen eine sich über dem Ort ändernde Intensität oder ein sich über der Zeit

ändernder elektrischer Strom oder sonst ein physikalischer Prozess beschrieben wird. Die Sprache der Mathematik ist derart allgemein gültig, dass sie keine Unterscheidung zwischen physikalischen Größen und deren Bedeutung in der realen Welt macht. Für unsere beiden kleinen Beispiele ist es einzig von Bedeutung, dass die betrachtete physikalische Größe und ihre Änderung in einem proportionalen Zusammenhang stehen. Daraus alleine ergibt sich eine mathematisch ähnliche Beschreibung und eine Lösung, die jeweils zu einer Exponentialfunktion führt, die als Basis die sogenannte natürliche Zahl e besitzt. Diese Exponentialfunktion ist in der Physik von weitreichender Bedeutung, da sie neben den Beispielen, die wir hier erläutert haben, noch eine Vielzahl weiterer physikalischer Prozesse beschreibt. Bei all den dargestellten engen Zusammenhängen zwischen der Mathematik und der Physik bzw. der Technik muss erwähnt werden, dass die Mathematik ein in sich geschlossenes abstraktes Gedankengebäude darstellt. Obwohl sie gerade in diesen Gebieten durch ihre Anwendung besonders erfolgreich erscheint, ist sie in der Schlüssigkeit ihrer Methoden nicht auf diese angewiesen. Um so erstaunlicher muss es uns allerdings vorkommen, dass eine Anwendung auf Fragen und Probleme, die sich mit der realen Welt befassen, überhaupt möglich ist, und es kommt beinahe schon einem Glaubensakt gleich, wenn wir uns auf diese Möglichkeit der Erkenntnis der realen Welt einlassen.

4.2.3 Der Begriff der Kontinuität

Wir wollen uns an dieser Stelle noch einmal das mathematische Zahlensystem, das wir bereits zuvor besprochen haben, ins Gedächtnis rufen, um daran ein ganz bestimmtes Problem, nämlich das der Kontinuität zu erläutern.

Dazu betrachten wir zunächst einmal die Menge der natürlichen Zahlen, $1, 2, 3, 4, \dots$, die man unter der Voraussetzung, man hätte eine unendlich lange Zeitspanne zur Verfügung, bis zu ebenfalls unendlich vielen Elementen abzählen könnte. Wir haben hier stillschweigend einen weiteren wichtigen und umstrittenen mathematischen Begriff, nämlich den des Unendlichen, eingeführt, ohne aber darauf weiter eingehen zu wollen. Aber selbst bei der Vorstellung einer unendlichen Anzahl von Elementen, ist uns doch bewusst, dass die Menge der natürlichen Zahlen bei weitem

nicht alle Zahlen enthält, was sofort deutlich wird, wenn wir bemerken, dass ja zwischen je zwei aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen die entsprechenden rationalen und reellen Zahlen ihren Platz finden. Wir können daher die natürlichen Zahlen als eine diskrete und damit also nicht kontinuierliche Menge von Elementen auffassen. Die Menge der reellen Zahlen, die die Menge der natürlichen Zahlen als Teilmenge enthält, füllt nun alle die erwähnten Zwischenräume derart aus, dass jeder Zwischenraum im Prinzip mit unendlich vielen reellen Zahlen aufgefüllt wird. Dies führt dann zu einer kontinuierlichen Zahlenmenge, die, wenn wir sie denn jemals abzählen könnten, aus unendlich mal unendlich vielen Elementen bestünde.

Wir haben somit eine Vorstellung, falls man in diesem Zusammenhang überhaupt von einer Vorstellung reden kann, von Zahlenmengen, die vollkommen Lückenlos und damit eben kontinuierlich auf einer Zahlengeraden angeordnet gedacht werden können. Dieser Begriff der Kontinuität liegt sehr vielen mathematischen Begriffen zugrunde, so dass wir zum Beispiel eine Gerade, eine Kurve oder Flächen im mathematischen Sinne als auf jeweils entsprechende ganz bestimmte Weise kontinuierlich verteilte Zahlenmengen auffassen können. Auch die Funktion, die wir bereits weiter oben besprochen haben, stellt eine Transformation oder Abbildungsvorschrift dar, die, falls so definiert, eine kontinuierliche Zahlenmenge auf eine ebensolche andere Zahlenmenge abbildet, zum Beispiel eine Abbildung der Reellen Zahlenmenge in dieselbe.

Nun dürfte es bereits ein wenig deutlich geworden sein, was wir unter der Kontinuität in der Mathematik verstehen wollen. Und wir können nun noch einmal auf einen mathematischen Begriff zurückkommen, den wir auch schon weiter oben kennengelernt haben, nämlich den des Grenzwertes, auch Limes genannt. Was bedeutet es nun, wenn wir bei der Bestimmung eines solchen Grenzwertes einen Zahlenwert auf eine bestimmte Zahl zulaufen lassen? Innerhalb der kontinuierlich verteilten reellen Zahlen heißt dies letztlich, dass wir uns dieser festen Zahl aus einer festgelegten Richtung immer mehr annähern, so dass wir ihr unendlich nahe kommen, diese Zahl selbst aber nie erreichen. Das ist eben nur deshalb möglich, weil wir eine kontinuierliche Zahlenmenge zugrundelegen. Auf solchen Grenzwerten, das hatten wir ja ebenfalls andeutungsweise gesehen, beruht zum Beispiel die Definition des Differentials, die wiederum

grundlegend für die Infinitesimalrechnung (Differential- und Integralrechnung) ist. Da wir nun aber diese mathematischen Begriffe und die mit ihnen verbundenen mathematischen Methoden auf reale physikalische Systeme anwenden und damit physikalische Größen der Systeme bestimmen, müssen wir auch diese Größen (z.B.. Lichtintensität, elektrischer Strom usw.) in dem eben erklärten Sinn als kontinuierlich auffassen. Das führt uns zu der entscheidenden Frage, ob diese Auffassung von physikalischen Größen auch tatsächlich mit der Realität vereinbar ist. Dieses Problem ist im Grunde kein rein mathematisches sondern mehr ein naturwissenschaftlich philosophisches, und es hat im Hinblick auf das eigentliche Thema dieses Buches (wissenschaftliche Erkenntnis) eine nicht unwesentliche Bedeutung, so dass wir es noch näher erörtern müssen.

Haben wir bisher die Kontinuität aus der Sicht der Mathematik in knapper Form dargelegt, so müssen wir jetzt noch einen Blick auf die physikalische Seite werfen, um die zuletzt gestellte Frage eingehender zu beleuchten, was wir am besten wieder anhand eines konkreten Beispielen tun. In der Natur existieren unter den chemischen Elementen, also unter den unterscheidbaren Atomsorten, solche Elemente, die man als radioaktiv klassifiziert. Die besondere Eigenart solcher Elemente ist die Tatsache, dass ihr Atomkern unter Abstrahlung unterschiedlicher Strahlungsarten (Teilchen- und elektromagnetische Strahlung) spontan zerfällt. Die dadurch entstehenden Bruchteile sind wiederum spezielle Atomsorten, die gegebenenfalls weiter radioaktiv zerfallen, bis schließlich ein Element als Bruchstück übrigbleibt, welches, wie die meisten Elemente, nicht weiter radioaktiv ist. Man spricht bei einem solchen schrittweisen radioaktiven Zerfall auch von einer Zerfallsreihe. Auf Einzelheiten der Kernumwandlungsprozesse wollen wir hier nicht näher eingehen, der interessierte Leser kann zu diesem Thema zahlreiche Fachliteratur finden. Uns kommt es vielmehr darauf an, die mathematisch theoretische Behandlung des radioaktiven Zerfalls näher zu betrachten. Dazu gehen wir von der mathematischen Wahrscheinlichkeit W aus, mit der eine Anzahl von Atomkernen Δn eines entsprechenden radioaktiven Elementes in einem Zeitintervall Δt zerfällt. Diese Wahrscheinlichkeit ist jedenfalls proportional der Anzahl n von Atomkernen, die noch nicht zerfallen sind, und auch proportional der Größe des Zeitintervalls Δt . Dies können wir nun in der

mathematisch schriftlichen Form auch hinschreiben als:

$$\Delta n = \lambda n \Delta t \quad (4.31)$$

Der Proportionalitätsfaktor λ in dieser Gleichung wird in diesem Zusammenhang auch Zerfallskonstante genannt. Was uns nun interessiert ist die zeitliche Entwicklung der noch nicht zerfallenen Atomkerne n ausgehend von einer Anfangszahl n_0 zum Zeitpunkt $t=0$. Wir wollen also wissen, wie die Funktion $n(t)$ für $t=0$ bis zu einem unbestimmten Zeitpunkt t aussieht. Dazu gehen wir davon aus, dass die Anfangszahl von Atomkernen n_0 sehr, sehr groß gegenüber 1 ist, so dass wir eine Änderung der Atomkernzahl durch deren Zerfall, die ja mindestens durch den Zerfall eines einzigen Atomkerns eintritt, als sehr, sehr klein gegenüber der Zahl noch nicht zerfallener Kerne auffassen können. Diese Betrachtungsweise erlaubt es uns folglich die Änderung der Zahl nicht zerfallener Kerne mit den Methoden der Differentialrechnung zu bearbeiten. Danach können wir folgenden Übergang vom Differenzquotient zum Differentialquotient aus der Gleichung 4.31 ableiten:

$$\frac{\Delta n}{\Delta t} = \lambda n \quad (4.32)$$

woraus unter Berücksichtigung der physikalischen Gegebenheit, dass die Änderung von n negativ sein muss, da ja die Anzahl noch nicht zerfallener Kerne kleiner wird, folgt:

$$\frac{dn}{dt} = -\lambda n(t) \quad (4.33)$$

Diese Gleichung stellt eine Differentialgleichung dar, deren Form uns mittlerweile bereits bekannt sein dürfte. Auch hier liegt wieder der Sachverhalt vor, dass eine physikalische Größe $n(t)$ proportional ist zu ihrer in diesem Fall zeitlichen Änderung, und wir erahnen schon eine Lösung, die im Wesentlichen durch die e-Funktion gegeben ist. Die Lösung können wir nach Umformung der Gleichung 4.33 und anschließender Integration auf beiden Seiten erhalten, und es folgt:

$$n(t) = n_0 e^{-\lambda t} \quad (4.34)$$

was übereinstimmend mit experimentellen Ergebnissen ist. Diese Funktion $n(t)$ stellt eine reelle Funktion über der Zeit t als unabhängige Variable dar, was gleichbedeutend ist mit der Aussage, $n(t)$ ist einer im obigen Sinne zusammenhängenden und kontinuierlichen Zahlenmenge zuzuordnen. Man spricht in der Mathematik in diesem Zusammenhang auch von einer glatten Funktion. Dies muss aus mathematischer Sicht auch so sein, da wir entsprechend der oben gemachten Annahmen von dem Differenzquotienten $\Delta n/\Delta t$ übergegangen sind zu einer Beschreibung des Problems durch einen entsprechenden Differentialquotienten dn/dt . Nun stellt sich aber die Frage, ob wir mit diesem Ergebnis den realen physikalischen Vorgängen wirklich gerecht werden, denn bei genauer Betrachtung können wir im Grunde nicht erwarten, dass $n(t)$ sich exakt gemäß der obigen e-Funktion verhält, denn es handelt sich ja ganz offensichtlich bei der Größe n um eine Anzahl ganz bestimmter abzählbarer reeller materieller Körper. Dies ist aber gleichbedeutend mit der Aussage, dass n nicht einer reellen Zahl sondern lediglich einer positiven ganzen Zahl entspricht und somit keine kontinuierliche sondern eine diskrete Verteilung darstellt. Auch die Änderung von n über der Zeit kann nur in ganzen Zahlen ausgedrückt werden, da ein zur Hälfte oder nur zu einem Viertel zerfallener Atomkern physikalisch keinen Sinn ergibt und wir davon ausgehen müssen, dass ein Atomkern entweder noch nicht oder bereits zerfallen ist. Somit müssten wir im Grunde genommen einen Funktionsverlauf von $n(t)$ erwarten, der einer Treppenfunktion gleicht. Es scheint offenbar so zu sein, dass unsere mathematisch exakte Lösung des Zerfallsgesetzes nicht den tatsächlichen realen Sachverhalt wiedergibt, sondern ein Gesetz ist, welches das statistische Verhalten einer sehr großen Zahl von diskreten mikroskopischen Ereignissen auf makroskopischer Ebene beschreibt. Über die Natur des einzelnen Zerfallsprozesses wird im Grunde nichts ausgesagt. Dies können wir auch so veranschaulichen, indem wir annehmen, wir betrachteten das Verhalten eines Systems, welches aus einer sehr großen Zahl von Einzelereignissen besteht, aus großer „Entfernung“, so dass wir das diskrete Ereignis nicht mehr, das Gesamtverhalten jedoch durchaus wahrnehmen und beschreiben können. Aus der Betrachtung der Gleichung 4.31 folgt, dass wir das Zeitintervall Δt um so kleiner wählen können, je größer die Anzahl n der noch nicht zerfallenen Atomkerne ist, wenn wir eine von null verschiedene und zugleich gegenüber

der Anzahl Δn doch kleine Zahl von Zerfallsereignissen registrieren wollen. Die Erfüllung dieser Voraussetzungen scheint den Übergang von den Differenzen Δn und Δt zu den Differentialen dn und dt hinsichtlich der mathematischen Beschreibung des Problems bereits zu rechtfertigen. Weiter oben hatten wir die beiden Beispiele der Lichtintensitätsänderung einer ebenen Lichtwelle, die durch ein Medium fortschreitet, und das des Einschaltvorganges an einem RC-Glied hinsichtlich ihrer mathematischen Beschreibung angeführt. Bei genauer Betrachtung müssen wir auch bei diesen Systemen feststellen, dass es sich bei den gewonnenen mathematischen exakten Lösungen um statistische Aussagen handelt. Denn auch dort haben wir makroskopische physikalische Größen, nämlich die Lichtintensität in Abhängigkeit vom zurückgelegten Weg der Lichtwelle bzw. den elektrischen Strom in einer Reihenschaltung aus Kondensator und Widerstand in Abhängigkeit von der Zeit, betrachtet. Wobei wir beide Größen auch auf mikroskopische diskrete Prozesse zurückgeführt haben. Die Intensitätsänderung der Lichtwelle in Ausbreitungsrichtung haben wir durch die Summe einer großen Zahl von Streuprozessen (Wechselwirkung zwischen Lichtwelle und Molekülen bzw. Atomen) erklärt. Und das Fließen eines elektrischen Stromes können wir zurückführen auf den diskreten Ladungstransport einer großen Zahl von Ladungsträgern, welche in der Regel die Elektronen sind. Somit legen im Grunde alle die Beispiele, die wir hier mathematisch behandelt haben, den Schluss nahe, dass die Aussagen über physikalische makroskopische Größen oder deren Gesetzmäßigkeiten, welche wir mathematisch exakt beschreiben können, statistische Gesetze darstellen.

Die reale physikalische Welt stellt sich uns nach heutigem Kenntnisstand als eine im mikroskopischen diskrete Welt dar. Dennoch benutzen wir zu deren mathematischer Beschreibung die als kontinuierlich aufzufassenden Zahlenmengen. Dies ist möglich, wenn wir uns darauf beschränken, das makroskopische Verhalten der realen physikalischen Systeme, welches für uns ja auch das augenscheinliche ist, zu beschreiben. Dabei nehmen wir stillschweigend an, dass die makroskopischen physikalischen Größen und deren Änderungen als kontinuierlich aufzufassen sind. Unter der Zugrundelegung einer vollkommen diskreten Welt, wie sie der Mikrokosmos (atomare und subatomare Bereiche) zu sein scheint, können wir weder die physikalischen Größen noch deren Änderungen als konti-

nuierlich betrachten, und es sollte eine mathematische Beschreibung auf der Basis eines diskreten Zahlensystems ausreichend sein, was bedeuten würde, dass wir mit der Menge der Natürlichen Zahlen jedenfalls aber mit endlichen Genauigkeiten im Grunde auskommen müssten.

Die Natur steckt in den Faktoren Bei der Aufstellung der statistischen physikalischen Gesetzmäßigkeiten mit den mathematischen Methoden fällt eine Gemeinsamkeit immer wieder auf, wie auch in unseren Beispielen. Es ist dies die Tatsache, dass die in den Formeln bzw. in den Gleichungen die den physikalischen Größen zugrundeliegenden mikroskopischen Prozesse in entsprechenden Konstanten ihren Ausdruck finden. Oder mit anderen Worten, die eigentliche Natur der physikalischen Welt tritt in der mathematischen Formulierung oft nur als ein unscheinbarer Faktor auf. Diese Faktoren sind aus der Sicht des mathematischen Formalismus einfach notwendig, um zum Beispiel aus einer Proportionalität zwischen zwei physikalischen Größen eine mathematische Gleichung aufstellen zu können. Diese Faktoren aber sind es, die die wesentlichen physikalischen Eigenheiten eines mathematisch zu beschreibenden realen Systems enthalten. Um dies zu verdeutlichen wollen wir diese Aussage hinsichtlich der besprochenen Beispiele einmal tabellarisch zusammenfassen.

Beispiel	physikalische Größe	Variable	Gesetz mäßigkeit	Faktoren
A: Lambert'sches Gesetz	Lichtintensität: I	Weg: x	$I(x)$	Extinktion: α
B: RC-Kreis	Spannung: u Strom: i	Zeit: t	$u(t)$ $i(t)$	Widerstand: R Kapazität: C
C: radioaktiver Zerfall	Zahl nicht zerfallener Kerne: n	Zeit: t	$n(t)$	Zerfallsfaktor: λ

Bei der Suche bzw. bei der mathematischen Formulierung der in den drei einzelnen Beispielen interessierenden Gesetzmäßigkeiten mussten wir jeweils entsprechende Faktoren einführen, damit wir aus den Proportionalabhängigkeiten zu geeigneten mathematischen Gleichungen gelangten, die eine weitere Behandlung der Probleme mit den entsprechenden mathematischen Methoden erlaubten. Über diese Faktoren brauchten wir

aus mathematischer Sicht nichts weiter zu wissen außer der Annahme, dass es sich bei ihnen jeweils um Konstanten handelt. Aus physikalischer Sicht allerdings haben diese Faktoren es gewaltig in sich.

Zu Beispiel A: Betrachten wir noch einmal den Extinktionsfaktor α , der bei der Beschreibung des Lambert'schen Gesetzes eine Rolle spielt. Wir hatten bereits weiter oben zu diesem Faktor angemerkt, dass in ihm eine Abhängigkeit von der jeweiligen Frequenz der in Betracht kommenden Lichtwellen steckt, wodurch unter anderem der Effekt des blauen Himmels erklärt werden kann. Man hat zudem aber auch noch eine Abhängigkeit von α von der Lichtintensität, wenn diese groß genug ist, selbst feststellen können, was letztlich bedeutet, dass α über die Lichtintensität indirekt somit auch vom Ort abhängt, über dem die Intensität sich ja wie berechnet ändert. Eine mathematische Beschreibung all dieser Zusammenhänge und Abhängigkeiten müsste weitaus komplizierter ausfallen, als die Ableitung, des Lambert'schen Gesetzes, so wie wir es oben dargestellt haben.

Zu Beispiel B: Die Betrachtung der RC-Reihenschaltung hatte uns mit den spezifischen Eigenschaften dieser beiden elektronischen Bauelemente, nämlich dem elektrischen Widerstand einerseits und der Kapazität eines Kondensators andererseits, konfrontiert. In der dargestellten mathematischen Beschreibung des Verhaltens dieser Schaltung beim Anlegen einer konstanten elektrischen Spannung tauchten diese Größen als beliebige aber feste Konstanten in den Gleichungen auf. Der elektrische Widerstand R eines entsprechenden Bauelementes gibt an, wie stark der Fluss eines elektrischen Stromes durch dieses Element behindert wird, und der Kehrwert des Widerstandes $1/R$ wird als die Leitfähigkeit bezeichnet. Im Idealfall möchte man erreichen, dass die technische Realisierung eines Widerstandes derart ausfällt, dass sich ein linearer Zusammenhang zwischen dem elektrischem Strom und der diesen Stromfluss hervorrufenden elektrischen Spannung an diesem Bauelement ergibt, wie in der Gleichung 4.14 angegeben. Die Größe des Widerstandswertes und die Einhaltung des erwähnten idealen Verhaltens hängt von verschiedenen Faktoren ab, wie zum Beispiel dem Werkstoff, aus dem das Bauelement gefertigt wird, oder von der Bauform bzw. von der Geometrie.

Diese Abhängigkeiten müssen vor allem bei der technischen Herstellung von elektronischen Bauelementen möglichst gut bekannt und vor allem beherrschbar sein, um die Möglichkeit einer gezielten Herstellung zu haben. Für den Kondensator gilt natürlich entsprechendes. Auch hier hängt die charakteristische Größe dieses elektronischen Bauelementes, die Kapazität, von Herstellungsfaktoren empfindlich ab. Und ebenfalls möchte man bei der Herstellung von Kondensatoren erreichen, dass diese sich letztlich nach Möglichkeit ideal verhalten. Der zeitliche Zusammenhang von Strom und Spannung an einem idealen Kondensator sollen sich demnach mathematisch durch die oben angegebene Gleichung 4.15 darstellen lassen.

Zu Beispiel C: Beim zuletzt besprochenen Beispiel des radioaktiven Zerfalls war es die Zerfallskonstante λ , welche als Proportionalitätsfaktor zur mathematischen Beschreibung der Fragestellung, wie denn das Verhalten von $n(t)$ theoretisch darstellbar sei, herangezogen wurde. Was steckt aber nun an physikalischem Gehalt in diesem Faktor? Dazu betrachten wir noch einmal die Gleichung 4.31. In dieser Gleichung hatten wir die Größe λ rein formal als Faktor eingeführt, damit aus der Proportionalität zwischen Δn und dem Produkt $n \Delta n$ eine mathematische Gleichung entsteht. Wenn man diese Gleichung nach λ auflöst, so erhält man:

$$\lambda = \frac{\Delta n}{n} \frac{1}{\Delta t}$$

so dass wir dadurch erkennen, die Zerfallskonstante ist die auf ein Zeitintervall bezogene Wahrscheinlichkeit des Zerfalls von Δn aus einer Gesamtzahl von n Atomkernen. Dies können wir auch als relative Zerfallsrate bezeichnen, und sie stellt eine rein statistische Größe dar, vor allem gerade deshalb, weil man eine Abhängigkeit dieses Faktors von irgendwelchen äußeren Bedingungen nicht feststellen kann. Aus mathematischer Sicht haben dieser Faktor λ und der Faktor α aus dem Beispiel A die gleiche Bedeutung. Aus physikalischer Sicht jedoch kommt ihnen eine jeweils ganz und gar unterschiedliche Bedeutung zu. Die Zerfallskonstante beinhaltet keinerlei Aussage über eventuelle äußere Einflüsse auf den Zerfall eines Atomkerns, und sie sagt auch nichts über die Natur des Zerfallsereignisses selbst aus. Sie besagt lediglich, dass bei der

Beobachtung einer großen Anzahl von entsprechenden Atomen Atomkernzerfallsereignisse mit einer konstanten, aber physikalisch nicht näher erklärbaren, Zerfallsrate auftreten. Diese kurzen Erläuterungen zu den aus mathematisch rein formalen Gründen notwendigen Faktoren, die bei Beschreibungen von vielen weiteren physikalischen Phänomenen bzw. von physikalischen und Technischen Systemen auftreten, sind es ganz sicher Wert eingehender und systematischer betrachtet zu werden, denn sehr oft enthalten sie tiefer Aussagen über die reale Welt und sind damit physikalisch sehr gehaltvoll. Dies aber würde den Rahmen dieses Büchleins bei weitem sprengen. Darum wollen wir dieses Unterkapitel hier abschließen und uns einem weiteren sehr interessanten mathematischen Thema zuwenden.

4.2.4 Geometrie

Den meisten dürfte es nicht schwer fallen, sich unter dem Begriff Geometrie eine gewisse Vorstellung über dessen Inhalt zu machen, da die Grundlagen dieses Teilbereiches der Mathematik bereits in der Schule gelehrt werden.

Die Geometrie entstand ursprünglich aus dem Versuch unterschiedliche Körper und Formen sowie deren spezifische Eigenschaften einheitlich zu beschreiben. Die heute gültigen Methoden der Geometrie sind sehr bedeutend in Wissenschaft und Technik, so dass geometrische Berechnungen sehr häufig auftauchen. Geologische Vermessungen, die Konstruktion von Gebäuden und Brücken, die Berechnung der Geometrie aller Arten von Maschinenbauteilen, die geometrischen Verhältnisse bei einem experimentellen Aufbau, die theoretische Bestimmung optischer Eigenschaften von Kristallen auf der Grundlage geometrischer Methoden, dies alles sind Beispiele, für die Anwendung der Geometrie, und es ließen sich noch viele weitere anfügen.

Eine wichtige Unterscheidung ist die zwischen der euklidischen (planare) und der nicht euklidischen Geometrie. Das Parallelenaxiom von Euklid spielt dabei eine entscheidende Rolle. In der euklidischen Geometrie gibt es immer zu einer gegebenen Geraden eine parallele Gerade. Es sind aber auch Geometrien möglich, bei denen dies nicht mehr der Fall ist. Die Geometrie der Kugeloberfläche z.B. lässt keine parallelen Geraden zu.

Albert Einsteins Beschreibung der Gravitation beruht auf einer vierdimensionalen nicht euklidischen Geometrie.

Ein wichtiger Zweig der Geometrie ist die sogenannte analytische Geometrie, die insbesondere den Begriff des Vektors gebildet hat. Die analytische Geometrie beschreibt geometrische Begriffe mit Hilfe von algebraischen Hilfsmitteln, wie Koordinatensysteme und Koordinaten. Der geometrische Begriff des Punktes im dreidimensionalen Raum lässt sich dann einfach als ein Tripel von reellen Zahlen darstellen. Den Abstand zwischen zwei solchen Punkten kann man wiederum mittels des Vektorbegriffes fassen. Ein Vektor ist eine mathematische Größe, welcher ein Betrag aber auch eine Maßzahl und eine Richtung zugewiesen wird. Man geht bei der Beschreibung eines Vektors so vor, dass man einen Anfangspunkt und einen Endpunkt festlegt, wobei der Abstand der so definierten Strecke gleichgesetzt wird mit dem Betrag, und die Richtung verläuft vom Anfangs- zum Endpunkt. Zeichnerisch werden Vektoren meist als entsprechende Pfeile dargestellt. Diese Vektoren mit ihren speziellen Eigenschaften und den zugehörigen Rechenmethoden lassen sich sehr gut für die Beschreibung von gewissen physikalischen Größen, wie zum Beispiel die Geschwindigkeit oder die allgemeine Kraft benutzen. Will man zum Beispiel die Bewegung eines Massenpunktes, der sich mit einer konstanten Geschwindigkeit \vec{v} geradlinig fortbewegt beschreiben, so reicht es aus, ihm in einem rechtwinkligen Koordinatensystem einen Geschwindigkeitsvektor zuzuordnen. Dabei ist es erlaubt ohne Beschränkung der Allgemeingültigkeit den Anfangspunkt dieses Vektors mit dem Ursprung des Koordinatensystems zusammenfallen zu lassen. Dann ist unser Geschwindigkeitsvektor durch die Angabe des Endpunktes, was mit der Angabe von drei reellen Zahlen x_0, y_0, z_0 gleichbedeutend ist, festgelegt. Die Länge bzw. den Betrag dieses Ursprungsvektors $|\vec{v}|$ kann man mit Hilfe des Satzes von Pythagoras ermitteln zu:

$$|\vec{v}| = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$$

Für das Rechnen mit Vektoren gibt es Regeln, die unter anderem die Addition und verschiedene Arten der Multiplikation mehrerer Vektoren definieren. Und für diese Rechenregeln finden wir wiederum Anwendungsbeispiele in der Physik. Wenn wir uns zum Beispiel einen Körper vorstel-

len, auf den zwei verschiedene Kräfte, welche wir als Vektoren auffassen, gleichzeitig einwirken, so kann man eine resultierende Kraft durch vektorielle Addition der Einzelkräfte bestimmen. Im allgemeinen unterscheidet sich die resultierende Kraft nach Betrag und Richtung jeweils von den beiden Einzelkräften.

Ein weiteres schönes Beispiel für die Anwendung des sogenannten Kreuzproduktes, einer speziellen Multiplikation, zweier Vektoren, finden wir bei der sogenannten Lorentzkraft. Es ist dies die Kraft, welche eine bewegte elektrische Ladung q innerhalb eines Magnetfeldes \vec{B} erfährt. Sie ist definiert als:

$$\vec{F}_L = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

woran wir bereits erkennen, dass das Kreuzprodukt zweier Vektoren wiederum einen Vektor ergibt. Dieser hat zudem die Eigenschaft, eine Richtung senkrecht zu den beiden Richtungen der Multiplikatoren zu besitzen. Dies kann man sich auch so veranschaulichen, indem man sich vergegenwärtigt, dass die beiden zu multiplizierenden Vektoren immer innerhalb einer durch sie festgelegten Ebene liegen. Der Ergebnisvektor steht dann senkrecht auf dieser Ebene. Wenn also ein Elektron sich mit der Geschwindigkeit \vec{v} durch ein magnetisches Feld \vec{B} bewegt, dann wirkt die Lorentzkraft senkrecht zu der von diesen Vektoren aufgespannten Ebene auf das Elektron. Es wird also beschleunigt und erfährt somit eine zur Anfangsgeschwindigkeit zusätzliche Geschwindigkeitskomponente in Richtung der Lorentzkraft. Diese Geschwindigkeiten muss man nun wiederum vektoriell addieren, um die neue Flugrichtung des Elektrons zu bestimmen. Wir ahnen bereits, dass mit dem Einstellen einer neuen Flugrichtung des Elektrons, also mit der Änderung seiner Geschwindigkeit, eine erneute Berechnung des Kreuzproduktes in der Gleichung für die Lorentzkraft notwendig wird. Die Richtung der Lorentzkraft ändert sich ständig, da sie selbst zu einer Änderung der Elektronengeschwindigkeit führt. Wir können also sehr schön sehen, dass mit Hilfe der Vektoraddition und der Kreuzmultiplikation ein physikalisches Phänomen beschreibbar wird.

4.2.5 Wahrscheinlichkeitsrechnung

Eigentlich rühren die Anfänge der Wahrscheinlichkeitsrechnungen an den Versuch, den Ausgang von Glücksspielen auf mathematische Weise vorhersagen zu können, was für eine bestimmte Gesellschaftsgruppe ganz sicher von großem Interesse ist. Aber auch in der Anwendung innerhalb der Wissenschaft spielen die Methoden der Wahrscheinlichkeitsrechnung eine wichtige Rolle. Um dies zu veranschaulichen wollen wir uns kurz einem sehr interessanten Beispiel aus der theoretischen Physik zuwenden, um daran den Begriff der mathematischen Wahrscheinlichkeit zu verdeutlichen. Zunächst jedoch geben wir eine Definition dieses Wahrscheinlichkeitsbegriffes.

Die mathematische Wahrscheinlichkeit ist eng verknüpft mit dem Begriff des Ereignisses. Unter einem Ereignis wollen wir den speziellen Ausgang eines Experimentes verstehen, so dass wir ein Ereignis auch als eine Teilmenge der Menge aller Ergebnisse eines Experimentes auffassen können. Nehmen wir zum Beispiel das Werfen eines Würfels als Experiment an, so könnte ein mögliches Ereignis darin bestehen, dass der Würfel eine gerade Augenzahl zeigt. Dieses Experiment hat maximal sechs mögliche Ergebnisse entsprechend der sechs Flächen des Würfels. Das formulierte Ereignis allerdings tritt genau dann ein, wenn die Augenzahl zwei, vier oder sechs gewürfelt wird. Die Teilmenge des Ereignisses besteht also aus drei von sechs Elementen. Nun ist die mathematische Wahrscheinlichkeit definiert als das Verhältnis der Anzahl der günstigen Ergebnisse, also derer, die zu der Ereignismenge gehören, zu der Anzahl aller möglichen Ergebnisse des Experimentes. In unserem Beispiel heißt das, dass unser Ereignis eine Wahrscheinlichkeit von drei zu sechs also von 0,5 besitzt. Dieses Wahrscheinlichkeitsmaß W kann alle reellen Zahlenwerte zwischen null und eins annehmen. Es gilt also:

$$W \in [0, 1]$$

Natürlich gibt es noch weitere wichtige Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung, auf die wir aber hier nicht weiter eingehen wollen.

4.2.6 Numerische Mathematik

Wir sind im Grunde bei unserer Besprechung der Mathematik nicht so sehr auf die reine Mathematik als vielmehr auf die sogenannte angewandte Mathematik eingegangen. In diesem Zusammenhang also in der Anwendung der mathematischen Methoden in der Wissenschaft und innerhalb der Technik, müssen wir auch einen Blick auf die Methoden der numerischen Mathematik, die auch einfach nur Numerik genannt wird, werfen, da diese Methoden insbesondere durch die Möglichkeiten, welche sich durch moderne Computer ergeben, für die wissenschaftliche Erkenntnis von besonderem Interesse sind. Im Grunde genommen handelt es sich bei allen konkreten Berechnungen, bei denen mit Zahlenwerten gearbeitet wird, um numerische Bearbeitungen von entsprechenden Problemen. Allen solchen Rechnungen liegen konkrete endliche Zahlen zugrunde also Zahlen, die mit endlicher Genauigkeit erfasst und dargestellt werden müssen. Bereits schon bei der Addition zweier reeller Zahlen handelt es sich um eine numerische Operation, bei der zwei Operanden, die mit endlicher Genauigkeit anzugebenden reellen Zahlen, durch eine Operation derart verknüpft werden, dass sie eine dritte reelle Zahl zum Ergebnis haben. Wir lernen bereits in der Schule, wie man dabei vorgehen hat. Nehmen wir zum Beispiel einmal an, wir wollten die Zahl 5,346 und die Zahl 12,234 addieren, so tun wir dies, indem wir beide Zahlen so untereinander hinschreiben, dass die beiden Kommata in einer Spalte genau untereinander zu stehen kommen. Dann addieren wir spaltenweise, beginnend von der äußerst rechten bis zur äußerst linken Spalte, die untereinander stehenden Ziffern und schreiben diese Summen in einer dritten Reihe unterhalb der beiden Zahlen in die entsprechende Spalte, wobei wir berücksichtigen, dass auch sogenannte Überträge entstehen können, welche als dritter Summand in der links folgenden Spalte eingetragen werden.

		5	,	3	4	6
+	1	2	,	2	3	4
Übertrag	-	-	,	-	1	-
Ergebnis	1	7	,	5	8	0

Anhand dieses kleinen Beispiels einer numerischen Operation wollen wir

noch einmal auf das mathematische Zahlensystem zu sprechen kommen. Das soeben vorgestellte „Kochrezept“ für die Addition zweier reeller Zahlen ist sehr gut geeignet, um daran zu verdeutlichen, wie unser Zahlensystem grundlegend aufgebaut ist. Die oben durchgeführte Operation ist nach diesem Schema nur deshalb möglich, weil jeder Ziffer einer derart notierten Reellen Zahl eine ganz bestimmte Wertigkeit entsprechend ihrer relativen Lage (Stelle) zum Komma zugeordnet ist. Dies heißt, dass beim Untereinanderschreiben von reellen Zahlen nach obiger Anordnung immer Ziffern gleicher Wertigkeit untereinander zu stehen kommen. Im Allgemeinen rechnen wir mit Wertigkeiten, welche ganzzahlige Potenzen der Zahl zehn sind, und wir nennen das auf dieser Basis beruhende Zahlensystem auch dezimales Zahlensystem oder Dezimalsystem. Wir können unsere Addition in tabellarischer Form nun auch noch einmal mit Angabe der Stellenwertigkeiten hinschreiben, um das Gesagte zu verdeutlichen:

Wertigkeit	$10^1 = 10$	$10^0 = 1$		$10^{-1} = \frac{1}{10}$	$10^{-2} = \frac{1}{100}$	$10^{-3} = \frac{1}{1000}$
		5	,	3	4	6
+	1	2	,	2	3	4
Übertrag	-	-	,	-	1	-
Ergebnis	1	7	,	5	8	0

Die Bedeutung der Wertigkeiten für die zuzuordnenden Zahlen liegt darin, dass die zu einer Wertigkeit gehörende Ziffer ein ganzzahliges Vielfaches der Wertigkeit darstellt. Es zeigt sich also, dass wir bei der Addition im Dezimalsystem jeweils ganzzahlige Vielfache von entsprechenden Zehnerpotenzen zu addieren haben. Zudem können wir eine Reelle Zahl in diesem Zahlensystem auch als eine Summe von Zehnerpotenzen auffassen. Den ersten Summanden in unserem Additionsbeispiel können wir demnach auch hinschreiben als

$$5 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 4 \cdot 10^{-2} + 6 \cdot 10^{-3}$$

bzw.

$$5 \cdot 1 + 3 \cdot \frac{1}{10} + 4 \cdot \frac{1}{100} + 6 \cdot \frac{1}{1000}$$

Nun ist es in einem nächsten Schritt auch möglich eine reelle Zahl a im

Dezimalsystem ganz allgemein zu notieren, was zu folgendem Ausdruck führt:

$$a = \sum_{i=1}^n a_{m-i} \cdot 10^{m-i}$$

Wobei n der Anzahl aller Ziffern und m der Anzahl der Vorkommastellen entsprechen. Das alles scheint auf den ersten Blick recht kompliziert zu sein, aber diese Darstellung des Zahlensystems ist von grundlegender Bedeutung für das Verständnis der Numerik. Was besonders dann deutlich wird, wenn wir erwähnen, dass es neben dem Dezimalsystem, also dem System mit Wertigkeiten auf der Basis von Zehnerpotenzen, auch solche Systeme gibt, deren Wertigkeiten auf Potenzen einer beliebig anderen ganzen Zahl aufgebaut sind. Insbesondere das sogenannte binäre oder duale Zahlensystem, auch Dualsystem genannt, spielt eine sehr wesentliche Rolle bei der numerischen Rechnung mit Hilfe von Computern. Alle diese Zahlensysteme aber können gemäß des bisher zum Dezimalsystem gesagten auf gleiche Weise behandelt werden. Eine reelle Zahl a im Dualsystem zum Beispiel kann man auf genau die gleiche Weise notieren, wie wir es oben für das Dezimalsystem exemplarisch getan haben. Man muss dabei lediglich die Wertigkeitsbasis des Dezimalsystems, also die Zahl Zehn, gegen die des Dualsystems, die Zahl Zwei, austauschen. Außerdem ist zu berücksichtigen, dass wir im Dualsystem zur Notation von Zahlen nur die Ziffern 0 und 1 zur Verfügung haben; im Dezimalsystem hingegen können wir, wie bekannt, die Ziffern 0,1,2,3,4,5,6,7,8 und 9 benutzen. Es ist zudem auch möglich Zahlen von einem Zahlensystem in ein anderes umzurechnen, was durch nähere Betrachtung der allgemeinen Zahlendarstellung leicht einzusehen ist. Die Angabe von Zahlen mit endlicher Genauigkeit, von der wir gesprochen haben, bekommt vor dem Hintergrund dieser Darstellung als Summen die Bedeutung einer Summe mit endlicher Anzahl von Summanden. Diese kurze Einführung zur Darstellung von Zahlen im Dezimalsystem soll zunächst genügen. Wir werden in einem noch folgenden Kapitel über die Computer darauf noch einmal zurückkommen. Man spricht bezüglich der angewandten numerischen Methoden auch oft von numerischen Näherungsrechnungen, da sie im Gegensatz zu den exakten mathematischen Methoden keine exakten Lösungen bieten sondern lediglich Zahlenwerte mit endlicher Genauigkeit und diese vor allem auch nur für eine endliche Zahl von Zuständen eines

zu berechnenden Systems. Der Begriff Näherungslösung scheint zu implizieren, dass es sich dabei um Lösungen handelt, die einen Kompromiss darstellen, und darum eventuell nicht so befriedigend sein können, wie exakte mathematische Lösungen. Jedoch wird die Numerik insbesondere bei der Berechnung von realen technischen Systemen und bei sogenannten Simulationen mit großem Erfolg eingesetzt. Es ist sogar so, dass man Systeme ab einer gewissen Komplexität überhaupt nur noch numerisch behandeln kann, wenn man zu praktisch relevanten Ergebnissen kommen will. Um nun besser verstehen zu können, was eine numerische Näherungsrechnung von einer exakten Lösung unterscheidet, wollen wir ein erstes einfaches Beispiel dazu erläutern. Wir hatten bereits den Begriff der mathematischen Funktion kennengelernt, und jetzt schauen wir uns einmal eine weitere solche Funktion an, welche in Physik und Technik von nicht geringer Bedeutung ist. Es handelt sich um die sogenannte Sinus-Funktion, die man als

$$f(x) = \sin(x)$$

schreiben kann. Die Sinus-Funktion ist über dem gesamten Bereich der reellen Zahlen definiert, den sie auf den ebenfalls reellen Zahlenbereich zwischen -1 und $+1$ abbildet. Sie ist eine periodische Funktion, da sich ihre Funktionswerte $f(x)$ über ein festes Intervall des Definitionsbereiches ständig wiederholen, und sie ist zudem punktsymmetrisch zum Ursprung, da für sie die Gleichung $\sin(x) = -\sin(x)$ erfüllt ist. Nun ist es so, dass die obige Funktionsgleichung $f(x) = \sin(x)$ eine exakte Formulierung eines spezifischen Funktionsverlaufes darstellt. Wir können daher aufgrund dieser Funktionsgleichung und aufgrund der Definition der Sinus-Funktion zu jedem, aber auch wirklich zu jedem reellen Zahlenwert x einen dazugehörigen Funktionswert $f(x)$ angeben. In Bezug auf praktische Berechnungen bzw. Anwendungen ist diese Exaktheit aber gar nicht notwendig, ja sogar ungeeignet. Um unsere Sinus-Funktion mit einer numerischen Näherung in einem Definitionsintervall $[x_0, x_1]$ darzustellen, können wir so vorgehen, dass wir ihre Funktionswerte nur für solche x -Werte angeben, die

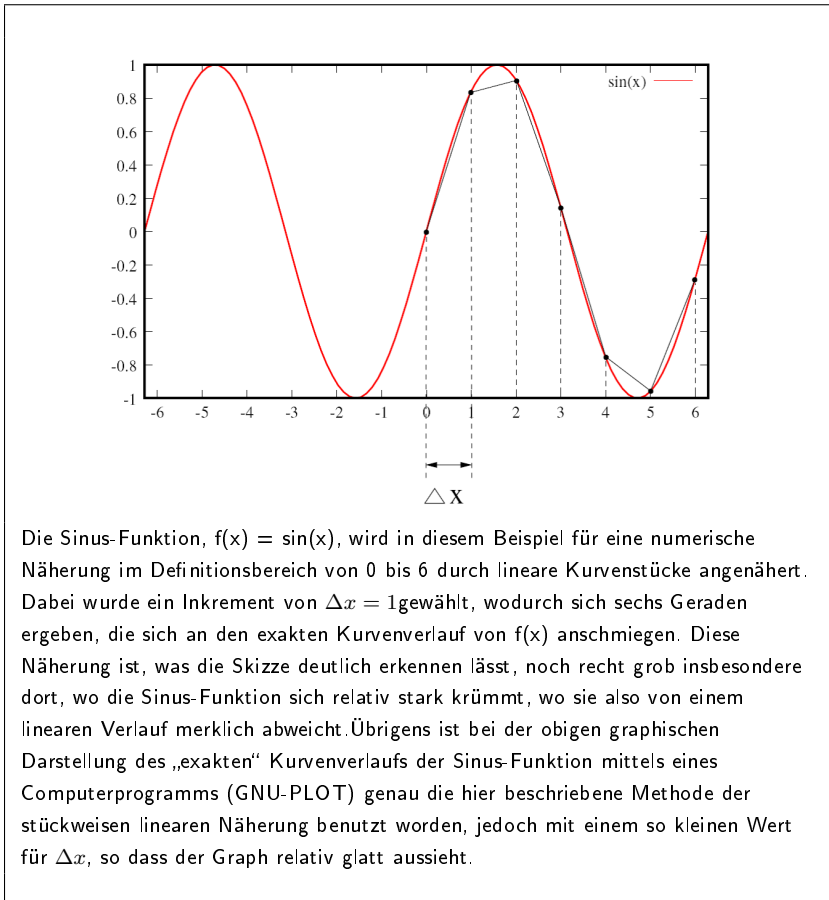


Abbildung 4.10: Numerische Annäherung der Sinusfunktion

einen festen Abstand Δx voneinander haben, diesen Abstand bezeichnen wir auch als Inkrement. Die endliche Anzahl von Funktionswerten $f(x)$, die wir auf diese Weise erhalten, erlauben natürlich nicht mehr die Konstruktion eines kontinuierlichen Kurvenverlaufs, sie sind lediglich diskrete Punkte, die der Funktionsgleichung $f(x) = \sin(x)$ gehorchen. Diese Punkte könnten wir zum Beispiel in ein Koordinatensystem auf einem Blatt Papier eintragen, und wir würden damit zunächst eine punktweise graphische Darstellung der Sinus-Funktion über unserem Definitionsintervall erhalten. In einem weiteren Schritt müssten wir dann jeweils zwei benachbarte Punkte mit einer Strecke verbinden. Dadurch ergibt sich die Darstellung einer zusammenhängenden Kurve, welche abschnittsweise

aus Geraden zusammengesetzt ist, wie auf der Abbildung 4.10 dargestellt. Dies wäre dann unsere Näherung an die Sinus-Funktion im zuvor festgelegten Definitionsintervall. Es ist schon anschaulich klar, dass wir eine um so genauere Darstellung unserer Funktion erhalten, je kleiner wir das Inkrement wählen, wofür wir jedoch den Preis einer um so größeren Anzahl von zu berechnenden Punkten zahlen müssen.

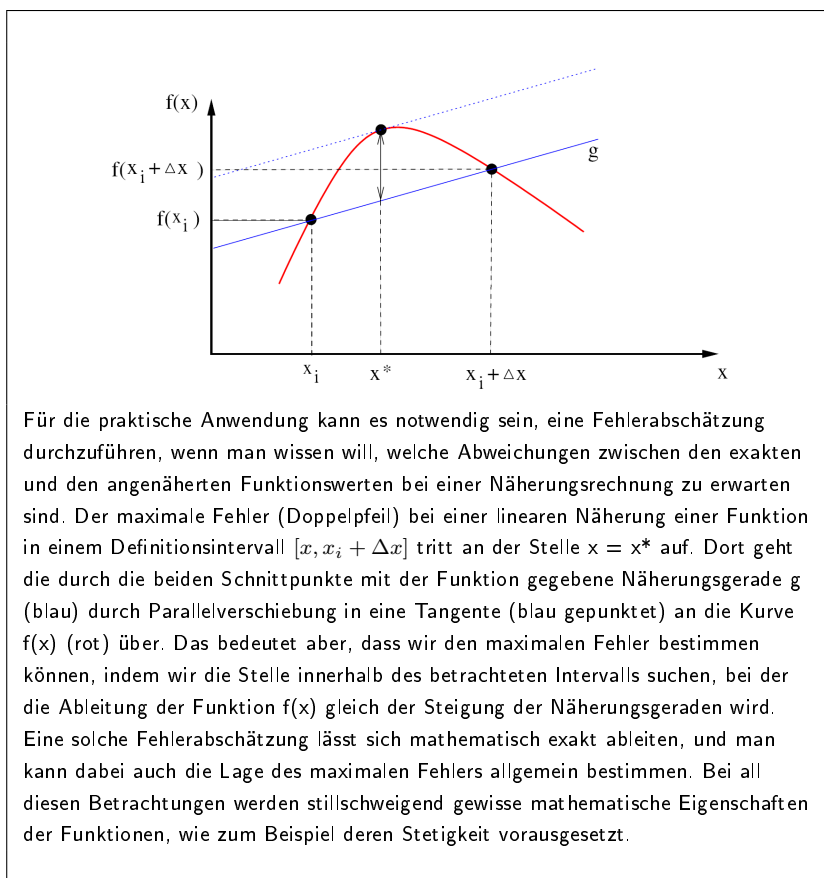


Abbildung 4.11: Fehler bei der numerischen Näherung

Hier wird eines der grundlegenden Probleme, welches die Numerik stets begleitet angesprochen. Es ist dies der immer zu schließende Kompromiss zwischen der zu erreichenden Genauigkeit und der dazu aufzuwendenden Rechenarbeit. Eine solche näherungsweise Bestimmung von Funktionen

ist nun aber immer Fehlerbehaftet, worauf bereits hingedeutet wurde. Wenn wir davon ausgehen, dass wir die Funktionswerte an den einzelnen Stützstellen hinreichend genau ermittelt haben, oder möglicherweise sogar zumindest theoretisch beliebig genau ermitteln können, dann dürfen wir natürlich davon ausgehen, dass wir an diesen Stellen keinen Fehler machen. Die Fehler oder die Abweichungen treten dann nur in den Intervallen auf, für deren Definitionswerte wir den exakten Funktionsverlauf durch eine Gerade ersetzen. Es wäre darum von Vorteil, wenn wir möglichst allgemein angeben könnten, wie groß der Fehler, den wir dort jeweils machen, werden kann, damit wir vorab abschätzen können, wie klein das Inkrement zu wählen ist, um eine vorgegebene Fehlergrenze nicht zu überschreiten. Dies ist bei gegebener Funktion $f(x)$ mathematisch exakt lösbar, wie in der Abbildung 4.11 dargestellt ist. Diese lineare Näherung eines Kurvenverlaufes ist zum Beispiel in der physikalischen Messpraxis von Bedeutung, wo es dann darum geht, einen funktionalen Zusammenhang zwischen zwei Größen näherungsweise aus der Kenntnis einer endlichen Zahl von Messpunkten anzugeben. In diesem Fall ist dann der exakte funktionale Zusammenhang nicht bekannt. Man muss allerdings voraussetzen, dass der Zusammenhang zwischen den gemessenen Größen sich stetig ändert, damit dieses Näherungsverfahren anwendbar ist. Man hat durch die stückweise lineare Näherung dann die Möglichkeit, auch solche Werte der betrachteten physikalischen Größe anzugeben, für die keine explizite Messung vorgenommen wurde. Diese Vorgehensweise zur Ermittlung von Werten ist auch als lineare Interpolation bekannt. Dieses kleine Beispiel mag genügen, um daran die Problematik der Numerik einführend zu erläutern. Nun ist die näherungsweise Darstellung von Funktionen nicht alleiniges Anliegen der Numerik, schon gar nicht, wenn diese per exakter Funktionsgleichung gegeben sind. Wir können die numerischen Methoden zum Beispiel auch bei der Berechnung der Längen von Kurvenabschnitten oder der Größe von speziellen Flächen anwenden. Von besonderer Bedeutung ist aber die numerische Näherung für Lösungen von Differentialgleichungen und Differentialgleichungssystemen, insbesondere von solchen, für die eine exakte Lösung nicht ohne weiteres angegeben werden kann. Auf der Basis solcher numerischer Berechnungen beruhen zum Beispiel so unterschiedliche Bereiche wie die Vorausberechnung der Wetterentwicklung, die Berechnung von Feld-

größen unter gegebenen Randbedingungen oder die Simulationen von physikalischen Teilchensystemen und von komplexen technischen Systemen hinsichtlich ihres Verhaltens in einer realen Umgebung. Eine solche Simulationsmethode ist auch unter dem Namen Methode der finiten (endlichen) Elemente bekannt und etabliert. Wenn es heute um die Behandlung von numerischen Methoden geht, so ist der Einsatz des Computers nicht mehr wegzudenken. Darum werden wir im noch folgenden Abschnitt über die Möglichkeiten des Computers noch näher darauf zu sprechen kommen. Es sei aber schon jetzt erwähnt, dass die Numerik als Teilgebiet der Mathematik zwar besonders für die praktische Anwendung in Wissenschaft und Technik von Bedeutung ist, dass sie aber auch in der Grundlagenforschung, die ja die Erkenntnis der Natur zum Ziel hat, ihren Stellenwert besitzt. Wir können dies zum Beispiel an der Möglichkeit von computerbasierten Simulationsrechnungen einsehen. Physikalische Experimente können dadurch mathematisch beschrieben und berechnet werden. Dabei werden grundlegende physikalische Annahmen über das zu beschreibende Experiment vorausgesetzt. Je nachdem, ob die Ergebnisse der Berechnungen nun mit denen des Experimentes übereinstimmen, können wir auf die Richtigkeit der Annahmen über die Natur des physikalischen Systems, das im Experiment untersucht wurde, rückschließen. Wir haben somit also die Möglichkeit unsere Ansichten über Teilbereiche der Natur mathematisch numerisch zu verifizieren. Die Tatsache, dass man mit numerischen Methoden bei der Beschreibung realer Systeme viel weiter kommt, als durch die Anwendung mathematisch exakter Beschreibungen, mag ein Hinweis auf das Wesen solcher Systeme und damit auf das Wesen der realen Welt sein. Dies können wir besser verstehen, wenn wir uns noch einmal das bereits weiter oben angesprochene Problem der Kontinuität vergegenwärtigen. Dabei hatten wir bemerkt, dass die Mathematik in weiten Teilbereichen auf der als kontinuierlich aufzufassenden Menge der reellen Zahlen aufbaut. Insbesondere die Infinitesimalrechnung stützt sich auf diesen Begriff der Kontinuität. Die entscheidende Eigenschaft der Numerik besteht aber nun darin, diese Kontinuität aufzugeben, und sie durch sehr kleine jedenfalls aber endliche Änderungen zu ersetzen. Damit trägt diese Methode im Grunde der physikalischen Auffassung Rechnung, dass die reale Welt insbesondere im Bereich der Materie aus kleinsten Einheiten aufgebaut ist, und

dass somit auch Änderungen physikalischer Größen sich nicht kontinuierlich, als vielmehr in kleinsten Einheiten ändern. So liegt der radioaktiven Strahlung eines entsprechenden Isotops oder Elements eben nicht ein kontinuierlich Strahlung aussendender Prozess sondern beim diskreten Kernzerfall auftretende Strahlung zugrunde. Ebenso wird ein durch ein elektrisch leitfähiges Material fließender elektrischer Strom als Transport diskreter Ladungsträger aufgefasst. Nach moderner Auffassung der Quantenphysik wirken auch alle uns bekannten Kräfte, also die elektromagnetische, die gravitative, die schwach wechselwirkende und die stark wechselwirkende Kraft, nicht kontinuierlich und instantan, sondern sie werden durch sogenannte Wechselwirkungsteilchen, die sich höchstens mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, vermittelt, sie sind somit also auch als diskrete Größen aufzufassen.

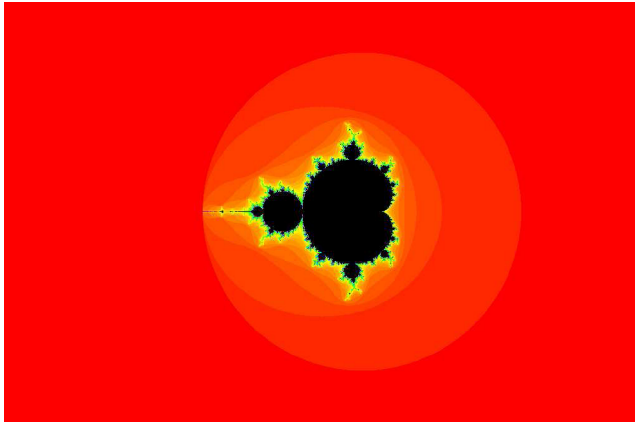
4.2.7 Künstlerische Ambitionen in der Mathematik

Kunst und Mathematik, wo könnten diese beiden wohl Gemeinsamkeiten haben? Es würde der Mathematik sicherlich nicht gerecht, wenn man sie auf eine Möglichkeit der menschlich individualistischen Ausdrucksmöglichkeit, die teilweise ins Groteske und Sinnlose getrieben wird, reduzieren wollte. Zudem ist es die feste Überzeugung des Autors, dass neben der realen Welt und der darin ablaufenden Prozesse jede künstlerische menschliche Anstrengung geradezu verblassen muss. Aber es gibt im Bereich der Veranschaulichung mathematischer Zusammenhänge und mathematischer Berechnungen durch die bildliche Darstellung durchaus Ergebnisse, die das menschliche ästhetische Empfinden ansprechen. Wir wollen uns in diesem Zusammenhang im Folgenden einige konkrete Beispiele ein wenig näher ansehen.

Fraktale Mathematik Vielleicht hat der ein oder andere Leser den Begriff Fraktal oder in diesem Zusammenhang auch den Namen Mandelbrot schon einmal gehört. Benoit B. Mandelbrot ist ein Mathematiker, der sich unter anderem mit der Menge der komplexen Zahlen, die wir ja bereits kennengelernt haben, und deren spezifischem Verhalten beschäftigt hat. Und bei diesem Treiben hat er ein äußerst seltsames Verhalten eines Teilbereiches dieser Zahlenmenge entdeckt, und als Würdigung seiner Arbeit

wurde diese Teilmenge nach ihm als Mandelbrot-Menge bezeichnet. Wo innerhalb der Ebene der komplexen Zahlen liegt aber nun diese merkwürdige Menge? Um dies zu beantworten reicht es aus zwei komplexe Zahlen anzugeben, welche als Eckpunkte eines rechteckigen Teilbereiches der komplexen Zahlenebene interpretiert werden, innerhalb dessen wir die Mandelbrot-Teilmenge vorfinden. Zum Beispiel können wir als obere linke Ecke die komplexe Zahl $z_1 = -4,5 + i4$ und als untere rechte Ecke die komplexe Zahl $z_2 = 3,5 - i4$ wählen (siehe Abbildung 4.12)¹¹ Wenn man mit den Rechenregeln für komplexe Zahlen vertraut ist, dann stellt das Verständnis der Mandelbrotmenge und ihrer Besonderheiten keine große Schwierigkeit dar. Um dann letztlich solche schönen Bilder, wie das oben abgebildete, zu erhalten, ist es natürlich notwendig, die mathematischen grundlegenden Berechnungen in einen Computeralgorithmus zu integrieren, mit dessen Hilfe eine graphische Darstellung errechnet wird. Wir wollen an dieser Stelle aber nicht weiter auf das Computing sondern auf die Mathematik, die sich dahinter verbirgt eingehen. Im Zusammenhang mit der Mandelbrotmenge sind vor allem die Begriffe der mathematischen Zahlenfolge und der Iteration von Bedeutung. Die komplexen Zahlen der Mandelbrotmenge stellen im Grunde solche Zahlen dar, die hinsichtlich einer mit ihnen als Anfangszahl gebildeten Zahlenfolge ein bestimmtes Verhalten zeigen. Zunächst aber wollen wir ein wenig über Zahlenfolgen in Erfahrung bringen. Die Zahlenfolgen werden in der Regel bereits in der gymnasialen Schulmathematik angesprochen. Solche Folgen stellen im Grunde so etwas wie Funktionen dar, es sind also Abbildungsvorschriften. Der wesentliche Unterschied zu

¹¹Auf die Notation von komplexen Zahlen waren wir bereits weiter oben bei der Besprechung des Aufbaues des Zahlensystems eingegangen.



Auf dieser Abbildung sehen wir eine mit einem Computerprogramm berechnete Darstellung der Mandelbrotmenge innerhalb eines rechteckigen Ausschnittes der komplexen Zahlenebene im reellen Bereich (horizontale Richtung) von -4,5 bis 3,5 und im imaginären Bereich (vertikale Richtung) von -4 bis 4. Wegen der eigentümlichen Form, die sich bei dieser Darstellung ergibt, nennt man diese auch scherzhaft „Apfelmännchen“ und mit ein wenig Fantasie erkennt man auch wieso. Solche Bilder lassen sich mit vertretbarem Zeitaufwand nur noch mit Computerprogrammen erstellen. Dieses hier vorliegende Bild wurde mit dem Programm Fractals Generator 1.3 von Uwe Thiem berechnet.

Abbildung 4.12: Darstellung der Mandelbrotmenge

den Funktionen ist der, dass bei den Folgen nicht die reellen Zahlen sondern die Menge, oder eine Teilmenge, der natürlichen Zahlen abgebildet werden. Es gibt nun zwei zu unterscheidende Darstellungsformen bzw. Schreibmöglichkeiten für solche Zahlenfolgen, wir wollen sie im Folgenden die direkte und die rekursive Form nennen. Nehmen wir zum Beispiel eine denkbar einfache Zahlenfolge, welche die Menge der natürlichen Zahlen auf sich selbst abbildet derart, dass die Folge

$$0, 1, 2, 3, 4, \dots, n-1, n, n+1, \dots, m$$

entsteht. Die direkte Formulierung für diese Folge lautet:

$$a_n = n$$

Wir können an dieser Schreibweise erkennen, dass der Buchstabe n hierin

sowohl als Index des allgemeinen Folgegliedes als auch zur Definition der Abbildung benutzt wird, was bei dieser Darstellung durchaus üblich ist. Nun gibt es aber auch noch die rekursive Schreibweise, die für unsere Folge die Form

$$\begin{aligned} a_0 &= 0 \\ a_{n+1} &= a_n + 1 \end{aligned}$$

hat, wobei n wiederum ein Element der natürlichen Zahlen darstellt, allerdings im Unterschied zur direkten Darstellung nur als Index verwendet wird. Es ist bezüglich unseres Beispiels leicht nachvollziehbar, dass beide Definitionen, sowohl die direkte als auch die rekursive, tatsächlich die selbe Zahlenfolge beschreiben. Die rekursive Definitionsschreibweise für eine Folge wird deshalb rekursiv genannt, weil jedes Folgeglied durch seinen Vorgänger bestimmt ist. Es ist darum auch notwendig, sozusagen als Anfangspunkt, das erste Folgeglied, hier mit 0 indiziert, explizit anzugeben. Damit haben wir bereits die Grundlagen für die Zahlenfolgen kennen gelernt. Nun ist es aber für den Mathematiker von besonderem Interesse, das Verhalten einer Zahlenfolge, zum Beispiel deren Verlauf für zunehmende Werte n des Definitionsbereiches, genauer angeben zu können. Wie zum Beispiel verhalten sich die Folgeglieder mit zunehmendem Index, oder gar mit einem gegen Unendlich laufenden Index? Eine solche Fragestellung wollen wir einmal bezüglich einer anderen Folge betrachten, deren rekursives Bildungsgesetz sich wie folgt notieren lässt:

$$\begin{aligned} a_0 &= c \\ a_{n+1} &= (a_n)^2 - c \end{aligned}$$

wobei das Anfangsglied a_0 unserer Folge gleich einer beliebigen aber festen reellen Zahl c sein soll. Nun ist es natürlich für uns von Interesse zu untersuchen, wie sich die Folge verhält, wenn wir verschiedene Startpunkte, das heißt verschiedene Werte für die reelle Zahl c , wählen. Dabei werden wir, um es schon vorweg zu nehmen, überraschend feststellen, dass die Entwicklung der Folgeglieder sich je nach Startpunkt tatsächlich sogar recht unterschiedlich verhält. Wählen wir zum Beispiel $a_0 = c = 0$, so ergibt sich für $a_1 = a_0^2 - c$ der Wert 0, wie man leicht einsehen kann. Da sich c , einmal festgelegt, nicht ändert, können wir leicht erkennen, dass auch das Folgeglied mit dem Index 2 gleich 0 sein wird und ebenso das nächste Glied mit dem Index 3,

und wir können das Schicksal aller folgenden Glieder bereits erkennen. Keines der Folgenglieder unserer Folge wird sich jemals von dem Wert 0 unterscheiden, egal wie groß der Index n auch wird und das, wie wir gleich noch sehen werden, nur deshalb, weil wir als Startpunkt das erste Folgenglied $a_0 = 0$ gewählt haben. Hier können wir bereits ein wesentliches Charakteristikum einer solchen Folge feststellen, nämlich die strenge Determiniertheit, die sich darin zeigt, dass, sobald wir uns auf ein erstes Folgenglied festgelegt haben, alle unendlich vielen Folgenglieder jeweils durch ihren Vorgänger festgelegt sind. Nehmen wir nun einmal an, das erste Glied a_0 habe den Wert 1. Dann folgt daraus $a_1 = 0$, $a_2 = -1$, $a_3 = 0$ usw. In diesem Fall, also mit dem Startpunkt 1 verhält sich unsere Folge wie ein Oszillator, der ständig zwischen den beiden Werten 0 und -1 hin und her springt, was verglichen mit dem ersten Fallbeispiel ein qualitativ völlig anderes Verhalten darstellt. Schauen wir uns noch zwei weitere interessante Startwerte für unsere Folge an, nämlich den Wert 2 und den Wert -1. Ist a_0 gleich 2, so errechnet sich a_1 gemäß $a_1 = 4 - 2 = 2$, also werden auch alle weiteren Folgenglieder den Wert 2 beibehalten. Wir haben hier somit wieder ein Verhalten, wie es bereits bei der Setzung des Anfangsgliedes zu 0 der Fall war. Was passiert nun, wenn wir a_0 gleich -1 annehmen? Da das Quadrat von -1 gleich 1 ist, erhalten wir für $a_1 = 1 - (-1)$, was ja bekanntlich 1+1 also 2 entspricht. Nun ergibt sich das nächste Glied $a_2 = 4 - (-1) = 5$, und bei der Betrachtung der weiteren Folgenglieder stellt man fest, dass diese immer größer und vor allem immer schneller größer werden, um schließlich ins Unendliche anzuwachsen. Also auch hier für diesen neuen Startpunkt zeigt sich schon wieder ein qualitativ ganz anderes Verhalten, als die bislang beobachteten. Wir sehen also, dass bereits ein derart einfaches Bildungsgesetz zu einer recht interessanten Folge führt, deren genaueres Studium durch eine systematische Untersuchung (kontinuierliche Variation des Startpunktes) erfolgen müsste, eine eben solche Untersuchung führt uns schließlich, im Zusammenhang mit der Definition einer Folge im komplexen Zahlenbereich und der Mandelbrotmenge zu der Darstellung dieser Menge entsprechend der obigen Abbildung 4.12. Bevor wir uns aber der Mandelbrotmenge zuwenden, wollen wir noch einige hinsichtlich der Erkenntnis wichtige Begriffe am Beispiel von mathematischen Folgen erläutern. Eine rekursiv beschriebene mathematische Folge be-

sitzt eine strenge Determiniertheit, die dadurch ersichtlich ist, dass jedes Folglied unmittelbar durch das Bildungsgesetz von seinem Vorgänger abhängt. wir können es auch so formulieren, jedes Folglied hat ein ganz bestimmtes, durch das Bildungsgesetz festgelegtes nachfolgendes Glied. Dies gilt jedoch nicht für das Anfangsglied, welches wir ja nach freier Wahl vorgeben müssen, damit die rekursive Beschreibung der Folge vollständig ist. Dies mag zunächst trivial klingen, bei näherer Überlegung allerdings liegt in dieser Tatsache eine sehr interessante Eigenschaft der Folgen, die es uns erlaubt, die eben genannte Determiniertheit mit dem konträren Begriff der Zufälligkeit zu verknüpfen. Um dies plausibel zu machen, müssen wir uns vergegenwärtigen, dass eine rekursive Folge im Grunde unendlich viele Entwicklungsmöglichkeiten besitzt entsprechend der unendlich vielen Wahlmöglichkeiten des Anfangsgliedes. Wir wollen im Folgenden eine solche Entwicklungsmöglichkeit einen Pfad, nennen. Wenn wir also einmal ein Anfangsglied festgesetzt haben, so begeben wir uns auf einen ganz speziellen Pfad, der aufgrund des Bildungsgesetzes streng determiniert ist. Was aber wäre, wenn wir, während wir auf dem Pfad entlanglaufen, ein Folglied willkürlich geringfügig änderten, ihm somit einen Wert gäben, der nicht dem Bildungsgesetz entspricht? Ein solches Ereignis, die Variation eines Folgliedes, würde bedeuten, dass wir den bisherigen streng determinierten Pfad einfach verlassen, um auf einem neuen Pfad weiter fortzuschreiten. Und das dies wiederum nach dem, was wir bereits weiter oben über das Verhalten einer Folge kennengelernt haben, weitreichende Konsequenzen für die Entwicklung der Folge nach sich ziehen kann, das dürfte bisher klar geworden sein. Es wäre also nun die Frage zu stellen, ob es reale Systeme gibt, deren Systemparameter sich zum Beispiel in ihrer zeitlichen Entwicklung durch eine Folge oder möglicherweise auch durch einen Satz von Folgen mit verschiedenen Bildungsgesetzen, bei denen eine zufällige Variation der Folglieder vorliegt, richtig beschreiben lassen. Solche Systeme besäßen die Eigenschaft innerhalb eines gewissen zeitlichen Rahmens, nämlich des Zeitintervalls zwischen zwei aufeinanderfolgenden Variationsereignissen, streng determiniert zu sein, längerfristig jedoch könnte ihr Verhalten nicht exakt bestimmt werden, da die zufällige Variation der Folglieder und damit der Systemparameter, dies unmöglich machte. Nach diesem kleinen gedanklichen Exkurs nun aber wieder zurück zu der Mandelbrot-

menge. Die seltsam anmutenden bunten Bilder (siehe Abbildung 4.L2), die uns im Zusammenhang mit der Mandelbrotmenge über den Weg laufen, stellen im Grunde nichts anderes dar, als eine geschickte graphische Abbildung des Verhaltens einer bestimmten mathematischen Folge, die für die Menge der Komplexen Zahlen definiert ist. Ihr Bildungsgesetz lautet:

$$\begin{aligned} z_0 &= c \\ z_{n+1} &= z_n^2 + c \end{aligned}$$

wobei wir eine mit dem Index n indizierte komplexe Zahl z , auch schreiben können als $z_n = a_n + i b_n$, also als eine Summe eines Realteils und eines Imaginärteils. Diese beiden Summanden einer komplexen Zahl unterscheiden sich wesentlich durch ihre Einheiten, der Realteil nämlich besitzt die Einheit 1 und der Imaginärteil besitzt die Einheit i . Will man nun eine solche Zahl darstellen, so bedient man sich einer Ebene, die durch zwei senkrecht zueinander angeordnete Zahlengeraden, die Realachse und die Imaginärachse, aufgespannt wird. Dabei hat sich als Konvention durchgesetzt, dass man die Realachse horizontal und die Imaginärachse vertikal auf der Zeichenebene anordnet. Jeder Bildpunkt der farbenprächtigen Mandelbrotabbildungen stellt eine komplexe Zahl innerhalb dieser Zahlenebene dar, die jeweils als Startpunkt z_0 für die oben angegebene Zahlenfolge dient. Die Farbe, in der ein solcher Punkt eingefärbt wird, steht stellvertretend für ein ganz bestimmtes Verhalten der Folgenglieder mit wachsendem Index n . Wir wollen hier nicht näher auf die Mathematik und auch nicht auf die Algorithmen zur Berechnung der schönen Bilder eingehen, aber einige erstaunliche Eigenschaften dieser Darstellungen sollen noch erwähnt werden.¹²

Zunächst einmal ist es scheinbar so, dass unsere Folge nur innerhalb eines ganz bestimmten Ausschnittes der komplexen Zahlenebene ein bemerkenswertes Verhalten zeigt. Dieses Verhalten lässt sich in etwa derart beschreiben, dass wir zwischen drei Kategorien von Startpunkten unserer Folge unterscheiden, wobei die erste und die dritte Kategorie jeweils zu einem extremen Verlauf der Folgenglieder führen, die zweite Kategorie jedoch stellt eine Art Übergang zwischen den beiden ersteren dar. Auf

¹²Wer sich intensiver mit der Mandelbrotmenge beschäftigen möchte, der ist gut beraten, einmal die entsprechenden Sonderausgaben von „Spektrum der Wissenschaft“ zu studieren.

der Abbildung 4.12 sind die Punkte der ersten Kategorie rot und die der dritten Kategorie schwarz eingefärbt. Die Punkte der zweiten Kategorie nehmen unterschiedliche Farben des Farbspektrums an. Warum sich nun aber bei einer derartigen Darstellung der Folgenstartpunkte in diesem Bereich der komplexen Zahlen eine solche seltsam symmetrisch anmutende Struktur ergibt, das ist ohne Weiteres keineswegs erklärlich. Diese Struktur besitzt neben der gar nicht so selbstverständlichen Tatsache ihres Vorhandenseins weitere seltsame Eigenschaften, wie zum Beispiel die der Selbstähnlichkeit. Bei diesem Phänomen ist besonders der Übergangsbereich von den Punkten der zweiten zu denen der dritten Kategorie von Interesse, also der ausgefranste bunte Bereich in unserer Abbildung. Vergrößert man nämlich in diesem Übergangsbereich einen Ausschnitt derart, dass man einen entsprechenden kleineren rechteckigen Bereich der komplexen Zahlenebene herausgreift und diesen mit der gleichen Auflösung wie den Gesamtausschnitt erneut berechnet, so findet man an geeigneten Stellen Strukturen, die der Gesamtstruktur sehr ähnlich sehen. Und diese Eigenschaft kann man fortgesetzt beobachten je weiter man Ausschnitte aus diesem Übergangsbereich vergrößert darstellt. Die Tatsache, dass bei der Abbildung immer kleinerer Ausschnitte auch immer weitere Strukturen auftreten, ist auch unter der Bezeichnung fraktales Verhalten bekannt. Solche fraktale Strukturen lassen sich auch in der Natur finden, so zum Beispiel bei den Strukturen der kontinentalen Umrisse, oder beim Wachstum mancher Pflanzen. Die strukturellen Eigenschaften dieses mathematischen fraktalen Gebildes weisen also offensichtlich Ähnlichkeiten zwischen kleinen und kleinsten und großen Bereichen auf. Es mag vielleicht sehr gewagt sein, diese Struktur mit der der Materie zu vergleichen, aber dennoch können wir aufgrund unseres heutigen Wissensstandes durchaus feststellen, dass zum Beispiel das Bohrsche Atommodell strukturelle Ähnlichkeiten mit einem Sonnensystem aufweist, was sich unter anderem auch in der Bezeichnung Planetenmodell des Atoms widerspiegelt. Dieses Modell des Atoms stellt eine strukturelle Beschreibung des Aufbaues der Materie im Bereich mikroskopischer Abmessungen dar. Ein Sonnensystem, also eine zentrale Masse, um den herum andere Massen, sogenannte Planeten, sich auf kreisförmigen Bahnen bewegen, ist ebenfalls nichts anderes als eine Materiestruktur, allerdings weit im Bereich des Makrokosmos liegend. Zwi-

schen diesen beiden materiellen Strukturen können wir den Bereich der belebten Materie, also auch uns selbst, finden, der somit entsprechend dem bunten Übergangsbereich bei der oben besprochenen Darstellung der Mandelbrot Menge gleichkommt. Ob man nun in einem weiteren Schritt aus diesen Ähnlichkeiten auf die der sogenannten Selbstorganisation der Materie zugrundeliegenden Gesetzmäßigkeiten Rückschlüsse ziehen kann, und wenn ja, in welchem Umfang, das sei hier nur als Anregung angemerkt.

Wir wollen nun zu einem weiteren Thema kommen, welches hinsichtlich der wissenschaftlichen Bemühungen um ein tieferes Verständnis der Welt eine zunehmend wesentliche Rolle spielt. Es handelt sich dabei um den Einsatz digitaler elektronischer Rechenmaschinen, auch als Computer heute beinahe jedermann mehr oder weniger bekannt.

4.3 Computer

Computer sind innerhalb der letzten vier bis fünf Dekaden immer wichtiger geworden in der Wissenschaft aber zunehmend auch in der Industrie in der Wirtschaft und sogar im privaten Bereich des einzelner Menschen, wofür vor allem solche Zeitgenossen verantwortlich sind, die daraus ein enormes wirtschaftliches Geschäft gemacht haben. Die Vielfalt der Anwendungen, wie ein Großteil der Computerprogramme genannt werden, sind zu einer beinahe schon unübersichtlichen Zahl angewachsen. Wir wollen uns allerdings weniger mit solchen Anwendungen als vielmehr mit einigen Grundlagen des Computers insbesondere mit der diesen Geräten zugrundeliegenden Möglichkeit der Formulierung von wissenschaftlichen Fragestellungen auf der Grundlage von Mathematik und von sogenannten Algorithmen beschäftigen.

4.3.1 Digitale Schaltungen, Bits, Bytes und Zahlen

Seit der Entstehung der sogenannten elektronischen Datenverarbeitung (EDV) haben sich gleichzeitig speziell für diesen Bereich neue Begriffe entwickelt, so dass man bezüglich der EDV als begrenzter Fachbereich, wie auch in den meisten anderen wissenschaftlichen und technischen

Teilbereichen, von einer diesem Bereich eigentümlichen Fachsprache reden muss. Auf diese Fachbegriffe werde ich im Folgenden weitestgehend verzichten, und dort, wo ich sie benutze, will ich auch gleichzeitig einen Erklärungsversuch angeben. Ein Computer ist im Wesentlichen ein System, das sich aus vielen physikalisch und logisch unterscheidbaren Einheiten zusammensetzt. Auf einer unteren Ebene werden diese Einheiten überwiegend aus elektronischen Schaltungen und zudem aus wenigen mechanischen Einheiten gebildet, welche ihrerseits zu einzelnen Geräten zusammengefügt sind, die in der Regel physikalisch als Einheiten unterscheidbar sind, und denen immer eine oder mehrere logische Funktionalitäten im Zusammenspiel der Computerkomponenten zugeordnet sind. Was macht nun den Computer als elektronisches Gerät so einzigartig und zugleich auch so flexibel, so dass sein Einsatz insbesondere in der Forschung und in der Wissenschaft heute als beinahe unverzichtbar gilt? Kurz gesagt, es ist die Möglichkeit das gesamte System über ein sogenanntes Programm zu steuern. Ein solches Programm wird von den Programmieren nach festgelegten Regeln entwickelt, so dass es auf einem gegebenen Computersystem ablauffähig ist. Wir müssen diesen Sachverhalt noch ein wenig vertiefen, um zu einem besseren Verständnis zu gelangen. In der elektronischen Schaltungstechnik unterscheidet man zwischen Schaltungen, die nur analoge und solchen, die nur digitale elektrische Signale (Spannungen, Ströme) verarbeiten. Analoge Signale sind solche, die zwischen einem maximalen und einem minimalen Wert prinzipiell jeden Wert annehmen können. Ein digitales elektrisches Signal hingegen nimmt nur zwei unterscheidbare Werte an. Wichtige digitale elektronische Schaltungen sind die sogenannten Schaltwerke, die auch in einer Kombination in den elektronischen Bauteilen von Computern, insbesondere in der sogenannten Zentralen Prozesseinheit (Central Processing Unit, CPU) zum Einsatz kommen. Betrachtet man ein solches Schaltwerk isoliert als alleinstehende Schaltung, so besteht dessen Funktion darin, zu einem bestehenden Eingangszustand genau einen entsprechenden durch den spezifischen Aufbau der Schaltung selbst festgelegten Ausgangszustand anzunehmen. Dabei besteht sowohl der Eingang als auch der Ausgang meistens aus mehreren Anschlüssen, die alle mit digitalen Signalen einzeln belegt werden können. Jeder der Eingangs- und der Ausgangsanschlüsse kann also nur mit je einem der digitalen

Signalwerte belegt sein. Innerhalb der digitalen Informations- oder Datenverarbeitung hat man sich darauf geeinigt, den kleinsten möglichen Informationsgehalt, der gerade darin besteht, zwei Zustände, in unserem Fall zwei Werte eines elektrischen Signals, unterscheiden zu können, als Bit zu bezeichnen. Eine nächst größere Informationseinheit ist das sogenannte Byte, welches aus einer Abfolge von acht Bits besteht. Wenn wir nun noch eine logische Zuordnung vornehmen, die darin besteht, dass wir diese acht Bits als eine binäre Zahl, die ihrerseits auch in eine dezimale Zahl umgerechnet werden kann, auffassen wollen, dann können wir bereits eine wache Vorstellung davon bekommen, wie es mit Hilfe von digitalen elektronischen Schaltungen möglich ist, Zahlen zu verarbeiten. Und tatsächlich haben einzelne Bytes innerhalb der CPU die Bedeutung von Zahlen. Darüber hinaus ordnet man den Bytes aber auch die Bedeutung von bestimmten Befehlen zu, die den CPU-Schaltwerken anzeigen, was sie zum Beispiel mit weiteren Bytes anfangen sollen. Damit dies möglich ist, gibt es in der CPU einen Speicher, in dem aufeinanderfolgende Bytes solange abgelegt werden können, wie diese mit der nötigen Stromversorgung verbunden ist. Und weiterhin existieren ein spezifisches Schaltwerk, dass als Programmablaufsteuerung bezeichnet wird und ein weiteres zur parallelen Verknüpfung und Weiterverarbeitung von zwei oder mehr Bytes, die Arithmetische Logikeinheit (Arithmetic Logical Unit, ALU). Der Programmablaufsteuerung kommt im Wesentlichen die Aufgabe zu, geordnet auf den Programmspeicher zuzugreifen das heißt ein Byte nach dem anderen aus dem Speicher zu lesen, es zwischenspeichern bzw. an die ALU weiterzureichen und Ergebnisse der Verarbeitung, also wiederum irgendwelche Bytes, sicher zu speichern. Dieses vereinfacht dargestellte Zusammenspiel der digitalen Schaltwerke innerhalb der CPU bildet den Kernprozess des Computers. Die ALU ist dabei so ausgelegt, dass sie nur sehr elementare logische Operationen, wie zum Beispiel das Addieren von zwei Zahlen, ausführen kann. Da aber die schrittweise Verarbeitung der Bytes in diesen Schaltungen mit sehr hoher Geschwindigkeit, man spricht in diesem Zusammenhang auch von der Taktrate der CPU, erfolgen, wird dies mehr als wett gemacht. Aufgrund dieser enorm hohen Taktrate ist ein Computer auch in der Lage, weitaus schneller Berechnungen durchzuführen, als dazu irgendein Mensch jemals fähig sein könnte.

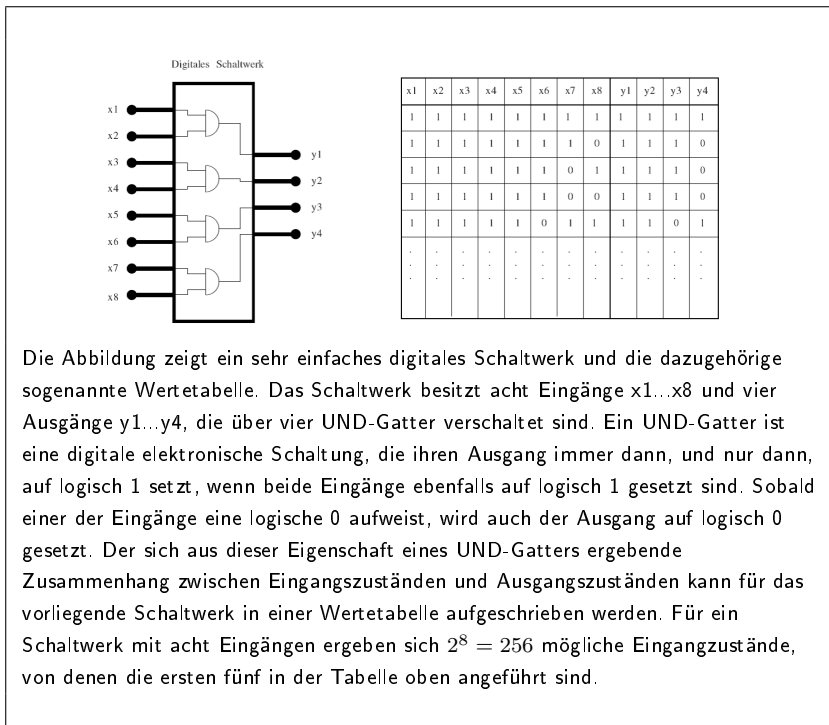


Abbildung 4.13: Ein Digitales Schaltwerk

Diese kurze Einführung abschließend sei noch erwähnt, dass die Gesamtheit an physikalisch vorhandenen Geräten bis hin zu den eben besprochenen elektronischen Schaltungen, die irgendwie zu einem Computersystem gehören, als Hardware (HW) bezeichnet wird. Die sogenannte Software (SW) bezeichnet die logischen Einheiten, welche als Programme auf einem Computersystem laufen, und dieses gleichsam in seinem Verhalten bestimmen. Zudem müssen wir jedenfalls noch einen Namen erwähnen, der im Zusammenhang mit dem oben dargestellten Prinzip einer CPU von entscheidender Bedeutung ist, nämlich den des Herrn von Neumann¹³, welcher der geistige Vater dieses Prinzips ist.

¹³Der Geschichtliche Hintergrund der Entstehung moderner digitaler Rechenwerke auf den Ideen von Neumann's ist sehr interessant, und es lohnt sich diesbezüglich einen Blick in entsprechende Literatur zu werfen.

4.3.2 Sprechen Sie BASIC?

Da ein Computer nichts ausführen kann, was ihm nicht zuvor peinlich genau vorgegeben wurde, haben die Ingenieure und Wissenschaftler und natürlich die Informatiker die Programmierung mittels höherer Programmiersprachen erfunden, über die dem Computer diese Vorgaben in Form eines Programms beigebracht werden. BASIC ist der Name einer Programmiersprache für moderne Computersysteme. Auch Programme für den PC, der sich in Labors, in Büros oder auch in vielen Haushalten im Arbeitszimmer wiederfindet, sind zum Teil in dieser Programmiersprache entwickelt worden. Wir hätten uns auch für eine der vielen weiteren Programmiersprachen entscheiden können, um sie für die folgenden Ausführungen heranzuziehen. Da es uns jedoch um die Prinzipien der Programmiersprachen und um deren Möglichkeiten zur Darstellung von Algorithmen geht, ist diese wertfreie Wahl ohne Belang. Der Unterschied zwischen einem Algorithmus und einem Programm liegt darin, dass der Algorithmus eine Arbeitsanweisung für den Computer darstellt, deren Darstellung noch relativ frei gewählt werden kann. Das Computerprogramm stellt gerade eine solche Darstellungsform des Algorithmus dar, die als sogenannter Quellcode streng an die Formulierungsvorschriften (Semantik, Syntax) der jeweiligen Programmiersprache gebunden ist. Letztlich muss jeder Algorithmus in Form eines Quellcodes vorliegen, damit ein Computer daraus ein lauffähiges Programm in seinem Arbeitsspeicher erzeugen kann. Dieser Vorgang, die Übersetzung eines Quellcodes, wird wiederum von speziellen Programmen (Interpreter, Compiler) bewerkstelligt. Wir wollen nun im Folgenden anhand eines kleinen Beispiels einmal betrachten, wie dies im Einzelnen vor sich geht.

Eine Sinus-Tabelle Wir wollen einen Algorithmus formulieren, der uns bei vorgegebener Schrittweite die zugehörigen Werte der Sinusfunktion im Intervall von 0 bis 2π berechnet, und diese sowohl im Arbeitsspeicher festhält als auch in einer Datei abspeichert. Dabei sollen nicht mehr als 1000 Werte bestimmt werden. Wir haben damit bereits eine erste Formulierung unseres Algorithmus mit den Mitteln unserer Alltagssprache vorgegeben. Im nächsten Schritt formulieren wir dies in eine Aufzählung so um, dass bereits einzelne Anweisungsschritte deutlich werden.

Algorithmus für Sinus-Tabelle:

1. Programm starten
2. Initialisierung(Datenstruktur)
3. Eingabe: Schrittweite (sw)
4. Berechnung: Definitionswerte im Intervall von 0 bis 2π
5. Datei zum abspeichern der Sinuswerte öffnen
6. Sinuswerte speichern in Datei
7. Datei schließen
8. Programm beenden

Vielleicht sind auf den ersten Blick für den einen oder anderen Leser nicht alle der in der Aufzählung genannten Einzelschritte unseres Algorithmus sofort verständlich. Die Benennung dieser Schritte ist bereits schon in Anlehnung an die noch vorzunehmende Umsetzung in den Programmquellcode gewählt worden. Dies setzt natürlich voraus, dass man schon Erfahrungen mit der Formulierung von Algorithmen im Quellcode einer Programmiersprache besitzt. Lassen wir uns aber dadurch nicht beirren, und setzen wir die Bearbeitung fort. Manch ein Programmierer würde bei einem derart kleinen Problem, wie es unser Algorithmus darstellt, bereits jetzt mit der Erstellung des Programmcodes beginnen. Aber es gibt noch weitere Möglichkeiten zur Darstellung von Algorithmen in Form von sogenannten Struktogrammen und Programmablaufplänen. Bei beiden handelt es sich um halb graphische Darstellungen, die zum einen die Programmstruktur und zum anderen den Programmfluss mit Hilfe graphischer Elemente darstellen. Auf diese speziellen Methoden wollen wir nicht näher eingehen, da diese eher in eine Einführung zur Programmierung gehören. Zu diesem Thema gibt es umfangreiche Literatur, und wer interessiert ist, wird schnell in jeder gut sortierten Buchhandlung fündig. Sehen wir uns nun noch an, wie unser Algorithmus in der Programmiersprache BASIC als Quellcode aussehen könnte (s.S. 181). In den Zeilen 1 bis 12 handelt es sich um Kommentare, die in diesem BASIC-Dialekt an den führenden Hochkommata zu erkennen sind. Die Zeile 32 enthält die INPUT-Anweisung, durch die das laufende Programm eine Eingabe von Zeichen über die Tastatur des Computers entgegen nimmt. In unserem Beispiel soll die Schrittweite eingegeben werden, die in der Variablen mit der Bezeichnung sw gespeichert wird. Nun werden, gesteuert durch die IF-Anweisung in der Zeile 39, nur dann die Anweisungen zwischen

den Schlüsselworten IF und END IF ausgeführt, wenn der Wert der Variablen `anzahl%` kleiner 1001 ist. Falls dies nicht der Fall ist, wird die Anweisung hinter dem ELSE-Schlüsselwort in Zeile 48 ausgeführt. Mit den Schlüsselwörtern DO LOOP wird eine Schleife definiert, die solange ausgeführt wird, bis eine Bedingung erfüllt ist, welche den wiederholten Schleifendurchlauf beendet. Innerhalb dieser Schleife stehen die Anweisungen, welche bewirken, dass beginnend mit dem Wert 0 die zugehörigen Sinuswerte in Abständen von der Schrittweite `sw` berechnet und in einer bereits bestehenden Datei abgespeichert werden (Zeilen 42 bis 45), bis schließlich der x -Wert größer als 2π wird. Zu beachten ist, dass sich hinter vielen BASIC-Anweisungen wiederum ganze Programme verbergen. So wird zum Beispiel durch den Aufruf der Anweisung `sin(x)` ein Programm zur numerischen Berechnung des Sinuswertes an der Stelle x über eine Reihendarstellung der Sinusfunktion im Computer gestartet. Dieses kleine Beispiel eines Algorithmus und seines Quellcodes soll lediglich zeigen, dass Computersprachen mit jeweils eigener und genau festgelegter Syntax, Semantik und Strukturierungsmöglichkeiten existieren, die bei der Lösung von mathematischen Problemen mittels eines Rechners angewendet, und damit als Hilfsmittel für die Wissenschaft eingesetzt werden können. Der enorme Vorteil dabei liegt in der unglaublich großen Verarbeitungsgeschwindigkeit, mit der ein Computer Berechnungen durchführt. Dies ist in keinem Bereich so deutlich wie in der Computersimulation von physikalischen und technischen Systemen. In der Automobilbranche zum Beispiel werden die dort durchgeführten Crashtests, das sind unter wissenschaftlicher Beobachtung geplante und durchgeführte Autounfälle, zunehmend mit Hilfe von Computerprogrammen auf der Basis numerischer Modelle simuliert. Dazu benutzen die Ingenieure und Wissenschaftler allerdings die modernsten und schnellsten Rechenanlagen. Solche Computer sind nicht mehr vergleichbar mit einem handelsüblichen PC, der vielleicht auch zum Besitz des geschätzten Lesers gehört. Aber auch idealisierte physikalische Simulationsmodelle werden mit dem Computer berechnet, wie zum Beispiel das Verhalten eines idealen Gases in einem Hohlkörper unter Einwirkung verschiedener äußerer Einflüsse, oder das gravitative Verhalten von Planetensystemen. Erstaunlich ist dabei, wie nahe solche Simulationsrechnungen, die ja doch lediglich auf unseren Vorstellungen über die Natur bzw. über die realen

Systeme, die wir beschreiben, beruhen, dem tatsächlichen Verhalten der realen Systeme kommen. Dies untermauert natürlich immer wieder die Annahme von der Richtigkeit unserer Vorstellungen der physikalischen Welt und der Beschreibung dieser Welt mit den Mitteln der Mathematik.

Der BASIC-Quelltext zum Algorithmus Sinus-Tabelle

```

01 '*****
02 'Ein Algorithmus zur Berechnung von Sinuswerten, die
03 'als Sinustabelle in einer Datei gespeichert werden
04 '-----
05 'Autor: H. Rose
06 'Datum: April 2001
07 'letzte Änderung: 09.04. 2001
08 '-----
10 'Programmiersprache: Q-BASIC
11 'System: MS-DOS 6.2
12 '*****
13 CLEAR
14 '
15 '-----
16'
17 Initialisierung der benötigten Variablen und Konstanten
18 '-----
19 sw = 0.2
20 index = 0
21 x = 0
22 PI = 3.1415
23 PI2 = 2*PI
24 DIM y(1000)
25 anzahl% = 0
26t'
27 '-----
28 '
29 'Eingabe der Schrittweite
30 '-----
31 CLS
32 INPUT "Gib die Schrittweite ein"; sw
33 anzahl% = INT(PI2/sw)
34 '
35 '-----
36 '
37 'Berechnung und Speichern der Sinustabelle
38 '-----
39 IF anzahl% < 1001 then
40 OPEN 'c:\basic\sintab.dat' FOR OUTPUT AS #1
41 DO
42   index% = index%+1
43   x = x+sw
44   y(index%) = SIN(x)
45   WRITE #1, y(index%)
46 LOOP UNTIL x > PI2
47 CLOSE #1
48 ELSE PRINT 'Anzahl der Stützstellen zu groß!'
49 END IF
50 '
51 '-----
52 SHELL type ,c:\basic\sintab.dat

```

4.3.3 Eine Computersimulation

Wir haben bereits in einem vorangegangenen Kapitel das Phänomen des radioaktiven Zerfalls, also des spontanen Zerfalls eines bestimmten Atomkerns unter Aussendung von elektromagnetischer Strahlung und subatomaren Teilchen, kennengelernt. Dabei haben wir das Zerfallsgesetz aus rein mathematisch formalen Betrachtungen abgeleitet, was uns zu der Formel:

$$n(t) = n_0 e^{-\lambda t}$$

geführt hat (siehe Seite 152). In dieser Gleichung wird die Anzahl der noch nicht zerfallenen Kerne $n(t)$ in Abhängigkeit über der Zeit t ausgedrückt. Diese ergibt sich demnach als Produkt einer zum Zeitpunkt $t = 0$ vorliegenden Kernzahl n_0 und einer e-Funktion $e^{-\lambda t}$. Im Exponenten dieser e-Funktion steht der Faktor λ für die sogenannte Zerfallsrate bezogen auf die Zeit. Er gibt also an, wie viele Kerne pro Sekunde im Mittel zerfallen. Für unsere computergestützte Simulation gehen wir davon aus, dass ein radioaktives Präparat mit einer vorgegebenen Anzahl von Kernen vorliegt. Dieses Präparat wollen wir solange betrachten bzw. simulieren, bis der letzte Kern zerfallen ist. Wir wollen weiterhin annehmen, dass ein einzelner Kern mit einer Wahrscheinlichkeit w pro Zeiteinheit zerfällt, ohne damit irgendetwas über das physikalische Wesen des Zerfallsprozesses auszusagen. Die Aufgabe läuft dann darauf hinaus, wiederholt jeden einzelnen Kern dahingehend zu beurteilen, ob er nun zerfällt oder nicht. Wir müssen also ein Computerprogramm entwickeln, welches innerhalb einer Schleife für alle noch nicht zerfallenen Kerne einen möglichen Zerfall berechnet. Diese Schleife muss dann so oft wiederholt werden, bis nur noch ein Kern übrigbleibt. Wenn eine solche Schleife genau einmal vollständig abgearbeitet worden ist, dann wollen wir festlegen, dass dies einem Simulationsintervall entspricht. Die Rechenzeit des Computers für solch ein Intervall wird sich im Laufe der Simulation verringern, da ja auch die Zahl der Kerne immer kleiner wird. Wir müssen aber annehmen, dass die Dauer eines Simulationsintervalls in der realen Zeit stets gleich groß ist zum Beispiel genau eine Sekunde. Natürlich sollte unser Simulationsprogramm das Ergebnis der Rechnungen in eine Datei auf der Festplatte unseres Computers permanent speichern, damit wir anschließend auf diese Daten zur Weiterverarbeitung zugreifen können. Der Programmcode

eines solchen kleinen Programms, welches dies leistet, ist im folgenden Listing auf Seite 183 dargestellt.

Listing zum Simualtionsprogram

```

001 /*****
002 *
003 * Program: zerfsin. c
004 * Autor: H. Rose
005 * Erstellung: 11.05.2001
006 * letzte Änderung: 15.05.2001
007 * Quellcode: C++
008 * System: Linux
009 *
010 * Beschreibung:
011 * -----
012 * Simulation des Zerfalls hypothetischer radioaktiver Kerne, Das Programm
013 * erzeugt eine ASCII-Datei mit Namen 'simdat'.
014 * Die wesentlichen Daten der Simulationsrechnung sind in zwei Spalten abgelegt.
015 * Spalte 1 enthält die Nummer des Simulationsintervalls, Spalte zwei enthält
016 * die zugehörige Zahl noch nicht zerfallener Kerne.
017 *
018 /*****
019 //
020 //
021 #include (iostream.h)
022 #include <stdlib.h>
023 #include <math.h>
024 #include <stdio.h>
025 //
026 //
027 //===== Variablen, Konstanten definieren: =====
028 //
029 long int n0 = 10000; //Anfangszahl der Kerne
030 long int n = 10000; //Zahl noch nicht zerfallener Kerne
031 long int m = 0; //Zahl zerfallener Kerne
032 long int Iz = 0; //Zahl der durchlaufenen Simulationsintervalle
033 double Ge = 0; //Galtonebene
034 float w = 0.5; //Zerfallswahrscheinlichkeit
036 int nz = 0; //während eines Zyklus zerfallene Kerne
036 FILE* Dateihandler //Datei Stream
037 int rueckgabe; //zur temp. Aufnahme von Funktionrückgabewerten
038 //
039 //
040 //===== Funktionsprototypen: =====
041 //
042 double Bestimme_Galtonebene(float);
043 bool Kernzerfall(double);
044 //
045 //
046 //
047 //===== Hauptfunktion =====
048 //
049 void main()

```

```

050 { cout << "***** KERNZERFALL-SIMULATION *****";
051 cout << "\n" << endl;
052 //
053 cout << "Hier die Anzahl der Atome eingeben [n > 1]: ";
054 cin >> n0;
055 n = n0;
056 cout << "Hier die Wahrscheinlichkeit w [0...1] eingeben: ";
057 cin >> w;
058 Ge = Bestime_Galtonebene(w);
059 //
060 cout << "\n\nSimulation gestartet!!" << endl;
061 cout << " -----" << endl;
062 cout << "Abbruch mit [Strg+C] möglich" << endl;
063 cout << "Anzahl der Galton Ebenen = " << Ge << endl;
064 cout << "Anfangszahl der Kerne = " << n0 << endl;
065 cout << "Wahrscheinlichkeit = " << w << endl
066 cout << "Angenäherte Wahrscheinlichkeit = " << pow(0.5, Ge) << endl;
067 //
068 Dateihandler = fopen("/home/hartmut/kernzerfall/simdat", w);
069 fprintf(Dateihandler, "Zahl der Galton Ebenen=%f", Ge);
070 fprintf(Dateihandler, "\nAngangszahl=%d", n0);
071 fprintf(Dateihandler, "\nWahrscheinlichkeit=%f", w);
072 fprintf(Dateihandler, "\nAngenäherte Wahrscheinlichkeit=%f", pow(0.5, Ge));
073 //
074 // Simulationsschleife:
075 // (Simulation, solange noch wenigstens ein Kern übrig)
076 while(n >= 1)
077 { for( int i = 0 ; i <= n ; i++ )
078 {
079   if( Kernzerfall(Ge) )
080   {
081     nz = nz+1;
082     m = m+1;
083   }
084 }
085 n = n-nz;
086 nz = 0;
087 Iz = Iz+1;
088 fprintf(Dateihandler, "\n%d", Iz);
089 fprintf(Dateihandler, " %d", n);
090 }
091 rueckgabe = fclose(Dateihandler);
092 cout << endl << "\n\nSimulation beendet!!" << endl;
093 cout << " -----" << endl;
094 return 0;
095 }
096 //===== ENDE der Hauptfunktion =====
097 //
098 //
099 //
100 //
101 //===== Funktionsdefinitionen =====
102 //
103 //-----

```

```

104 // Funktion zur Bestimmung der Zerfallswahrscheinlichkeit
105 //-----
106 double Bestimme_Galtonebene(float var1)
107 { double ergebnis;
108   ergebnis = ceil(log(var1)/log(0.5));
109   return ergebnis;
110 }
111 //
112 //
113 //-----
114 // Funktion zur Prüfung, ob ein Kern innerhalb eines
115 // Simulationsintervalls zerfällt oder nicht
116 //-----
117 bool Kernzerfall(double var2)
118 { int zufall;
119   int ebene = 0;
120   bool zerfall = true;
121   while(zerfall && ebene < var2 )
122   { ebene = ebene+1;
123     zufall = rand();
124     if(zufall < RAND-MAX/2) zerfall = false;
125   }
126   return zerfall;
127 }
128 //
129 //===== Ende der Funktionsdefinitionen =====

```

Wir wollen dieses Simulationsprogramm bzw. den Quellcode nicht im einzelnen erläutern. Es erscheint mir jedoch für ein einführendes Verständnis dieser Simulation und des ihr zugrundeliegenden Gedankenganges wichtig, auf das Kernproblem des Algorithmus, nämlich die Realisierung eines Zufallsgenerators, einzugehen. Da wir das reale Zerfallsereignis eines radioaktiven Kerns als ein Zufallsereignis betrachten, besteht bezüglich einer Computersimulation die Notwendigkeit, ein solches Zufallsereignis abzubilden. Glücklicherweise stellt die Programmiersprache C bzw. C++ eine Funktion zur Verfügung, die Zufallszahlen generiert. Auf der Basis dieser Funktion, es handelt sich um die Funktion `rand()` (s. Listing), können wir das benötigte Zufallsereignis programmieren. Eine Möglichkeit, wie wir dies bewerkstelligen, ist im Listing in den Zeilen 117 -127 zu sehen. Die hier programmierte Funktion heißt `Kernzerfall()`, und sie liefert entweder den Wert `true`, falls ein Kernzerfall stattfinden sollte, oder den Wert `false`, falls kein Zerfall stattfindet. Um ein Zerfallsereignis mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit w zu berechnen, gehen wir so vor, dass wir ein sogenanntes Münzwurfereignis mehrfach durchführen. Wenn eine Münze geworfen wird, dann gibt es genau zwei unterscheidbare Ereignis-

se, nämlich das Obenliegen von Zahl oder von Kopf, also der einen oder der anderen Seite der Münze. Die mathematische Wahrscheinlichkeit dafür ist jeweils 0.5. Werfen wir die Münze ein zweites mal, kann wiederum Kopf oder Zahl mit jeweils einer Wahrscheinlichkeit von 0.5 oben liegen. Die Wahrscheinlichkeit bei zweimaligem Münzwurf für das ebenfalls zweimalige Obenliegen von Kopf berechnet sich dann nach $0.5 \times 0.5 = 0.25$. Die gleiche Wahrscheinlichkeit ergibt sich allerdings auch für das zweimalige Obenliegen von Zahl und auch für Kopf beim ersten Wurf und Zahl beim zweiten Wurf oder umgekehrt. Mit anderen Worten, die Wahrscheinlichkeit beim zweimaligen Münzwurf die Kombination Kopf-Kopf oder Zahl-Zahl oder Kopf-Zahl oder Zahl-Kopf zu erhalten, ist jeweils gleich groß. Die selbe Überlegung gilt genauso für einen dreimaligen, einen viermaligen oder einen n-maligen Münzwurf. Jeweils die Anzahl der möglichen Kombinationen und die entsprechende Wahrscheinlichkeit ändern sich derart, dass es immer mehr Kombinationsmöglichkeiten gibt mit immer kleiner werdender Wahrscheinlichkeit dafür gerade eine bestimmte dieser Kombinationen zu erhalten. Die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Kombination beim n-maligen Wurf berechnet sich nach $w = 0.5^n$. Die `rand()` Funktion liefert eine Zufallszahl, welche eine ganze Zahl zwischen 0 und einem ungeraden Maximum `RANDMAX` ist. Wir erzeugen also eine solche Zufallszahl und prüfen nach, ob die Zahl kleiner als `RANDMAX / 2` (Zahl oben) oder größer `RANDMAX/2` (Kopf oben) ist. Um ein Zerfallsereignis mit vorgegebener Wahrscheinlichkeit zu berechnen, müssen wir nun noch für einen simulierten Kern ermitteln, wie oft wir das einmalige Münzwurfexperiment durchzuführen haben, damit die Wahrscheinlichkeit möglichst nahe an der des Vorgabewertes liegt. Dies geschieht mit der Funktion `Bestimme_Galtonebene()` (Listing, Zeilen 106- 110). In der Hauptfunktion unseres Simulationsprogramms sorgen wir schließlich dafür, dass die Simulation läuft, solange noch wenigstens ein nicht zerfallener Kern übrig ist. Wenn unsere Annahmen über das statistische Verhalten eines Kernzerfalls richtig sind und ebenso unsere rein mathematische Herleitung der Zerfallsfunktion, dann sollte sich eine entsprechende Übereinstimmung beim Vergleich ergeben. Die Abbildungen auf den Seiten 188 - 190 zeigen die Ergebnisse dreier Simulationsrechnungen mit unterschiedlichen Parametern und deren Vergleich mit der mathematischen Theorie. Weitere Erklärungen befinden sich in den

entsprechenden Bildbeschriftungen. Nun könnte es sicher auch noch von Interesse sein, die Simulationsergebnisse mit der Theorie zu vergleichen, um einerseits die Übereinstimmung und andererseits die Unterschiede deutlicher betrachten zu können. Um dies zu erreichen, wollen wir für jeden Simulationswert seine relative Abweichung von dem entsprechenden theoretischen Wert bestimmen, so dass wir diese Berechnung durch einen Graphen veranschaulichen können. Die relative Abweichung bestimmen wir dabei, indem wir die Differenz zwischen Simulationswert und theoretischem Wert bilden und diese durch den theoretischen Wert dividieren.

$$A_{rel} = \frac{n_{sim} - n_{th}}{n_{th}} = \frac{n_{sim}}{n_{th}} - 1$$

wobei wir die theoretischen Werte der noch nicht zerfallenen Kerne nach

$$n_{th} = n_0 \cdot e^{-\lambda t}$$

bestimmt haben. Um schließlich die relative Abweichung A_{rel} in Prozent anzugeben müssen wir noch mit dem Faktor 100 multiplizieren, so dass sich ergibt:

$$A_{rel\%} = 100 \cdot A_{rel}$$

Die Abbildungen auf der Seite 191 zeigen die Berechnungen für eine weitere Simulation.

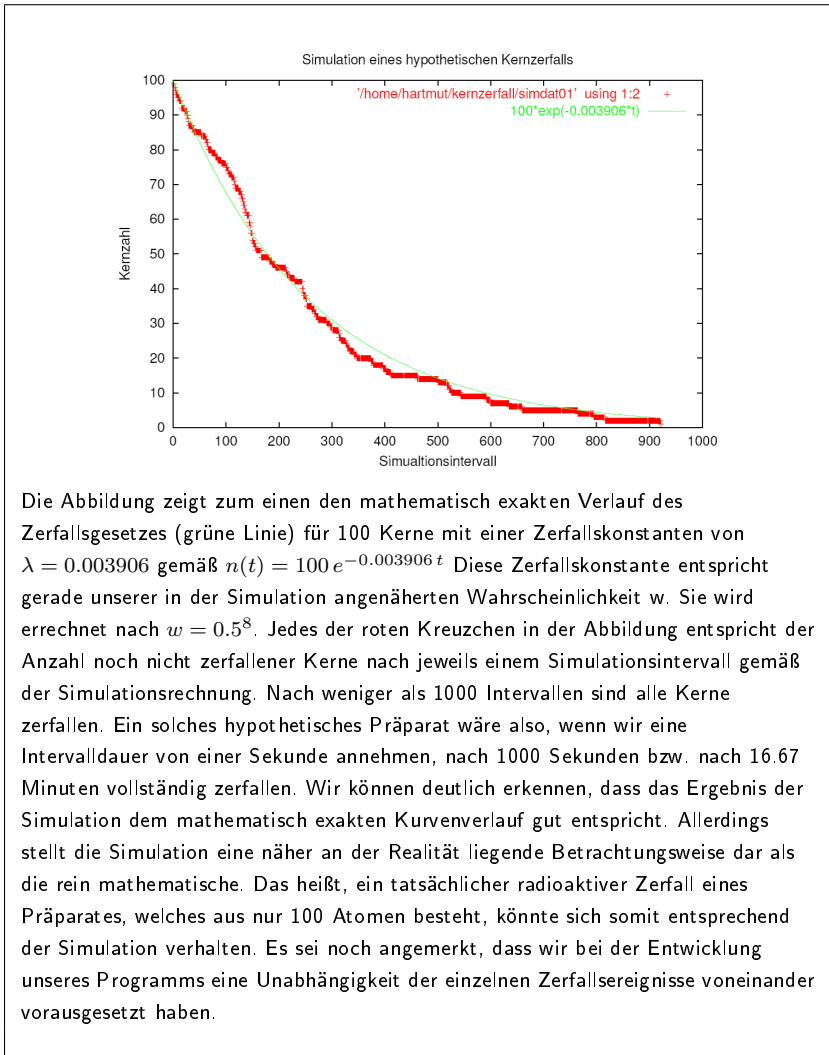


Abbildung 4.14: Simulationsergebnis für den radioaktiven Zerfall von 100 Kernen

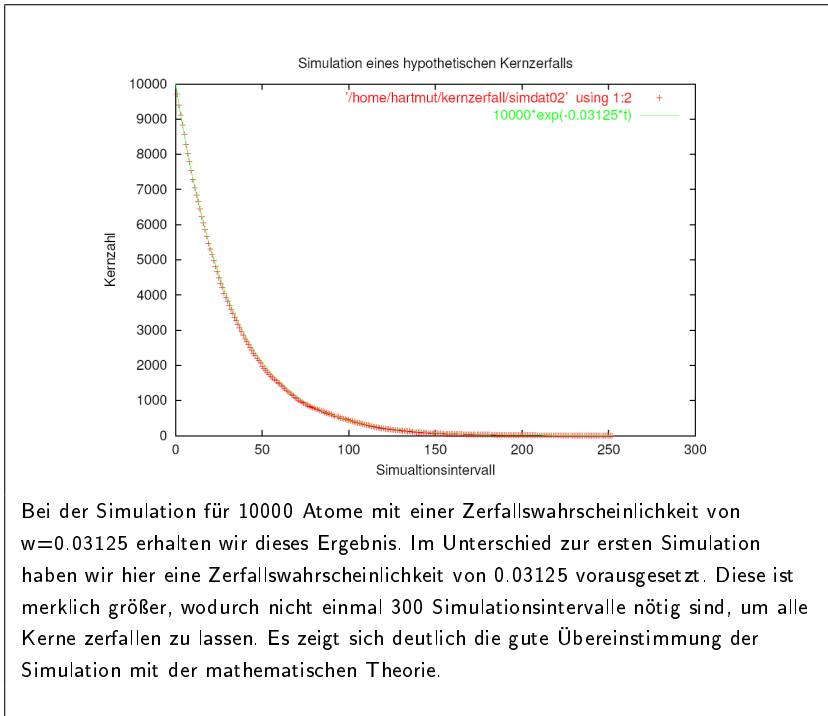


Abbildung 4.15: Simulationsergebnis für den radioaktiven Zerfall von 10000 Kernen

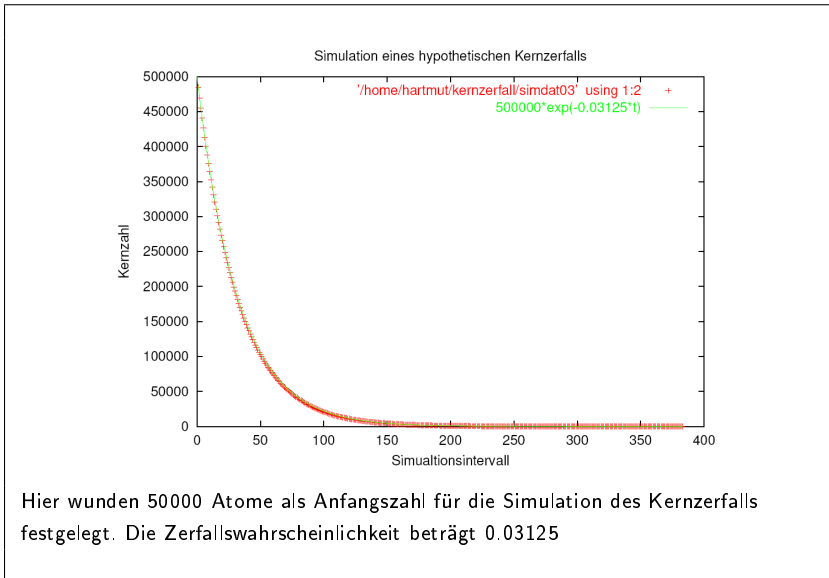
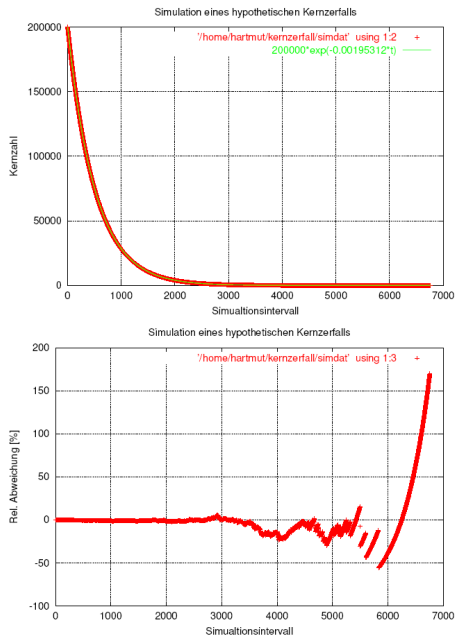


Abbildung 4.16: Simulationsergebnis für den radioaktiven Zerfall von 500000 Kernen



Der erste Graph zeigt eine gute Übereinstimmung zwischen der Simulationsrechnung und dem theoretischen Ergebnis. Die Kreuzchen (Simulation) und die grüne Kurve (Theorie) liegen scheinbar genau übereinander. Da jedoch wegen des Maßstabs der Kernzahl-Achse nicht genau zu erkennen ist, was sich in dem Bereich abspielt, in dem nur noch wenige Kerne vorhanden sind, täuscht diese Darstellung ein wenig. Der zweite Graph offenbart die relativen Verhältnisse genauer. In den ersten 3000 Simulationsintervallen, oder, wenn wir so wollen, in den ersten 3000 Sekunden, weichen Simulation und Theorie kaum voneinander ab. Die berechneten Einzelwerte liegen nahe bei Null %. Dann allerdings werden die relativen Abweichungen immer markanter. Dies ist auch zu erwarten, denn die Theorie liefert lediglich für sehr große Kernzahlen realistische Aussagen über die Zerfallstendenz, über den konkreten Zerfall eines Kerns wird nichts ausgesagt. Die Simulation aber liegt näher an der Realität, da sie nicht eine Tendenz beschreibt sondern den Zerfall eines jeden einzelnen Kerns simuliert. Der letzte steil aufragende Ast des Abweichungsgraphen stellt die Simulation für den letzten noch vorhandenen Kern dar. In diesem Fall dauert es 928 Intervalle, bis auch dieser endlich zerfällt. Darum nimmt die Abweichung ständig zu bis zu einem Wert von etwa 170%.

Abbildung 4.17: Abweichung zwischen Theorie und Simulation

4.3.4 Evolution im Rechner

Zum Abschluss dieses letzten Kapitels werden wir noch eine interessante Art von Computeralgorithmen betrachten, denen zukünftig eine besondere Bedeutung beigemessen werden könnte. Es handelt sich dabei um evolutive Algorithmen, deren Eigenheit darin besteht, dass sie eine gewisse Vorstellung von Evolutionsprozessen abbilden. Wesentliche Begriffe, die in diesem Zusammenhang auftauchen, sind Population, Mutation und Selektion. Man fühlt sich natürlich bei diesen Begriffen an die Biologie und die in diesem Wissenschaftszweig als Evolutionstheorie bekannte und dem englischen Wissenschaftler Charles Darwin zuerkannte Lehre erinnert. Oft tauchen sogenannte Optimierungsprobleme in der Wissenschaft und in der Technik auf, für deren Lösung rein mathematische Methoden entwickelt wurden. Man versucht jedoch auch mittels der evolutiven Algorithmen computergestützte Lösungsansätze anzubieten. Die Vorgehensweise dabei ist die, dass man ein zu optimierendes System einem Evolutionsprozess unterzieht, der im idealen Fall ein System so berechnet, dass die für die Problemstellung entscheidenden Systemparameter optimal an ein gewünschtes Systemverhalten angepasst sind. Ein Computeralgorithmus basierend auf evolutiven Prinzipien soll allgemein gesprochen ein System derart beeinflussen, dass die das System charakterisierenden und beschreibenden System-Parameter sich in eine bestimmte Richtung entwickeln, um dabei gleichermaßen das Verhalten des Systems bezüglich einer oder einer Anzahl gegebener Anforderungen möglichst optimal zu entsprechen (s. Abb. auf Seite 193). Eine erste Annäherung an dieses Thema kann zunächst durch die Erklärung der Begriffe

- System
- Systemparameter
- Systemverhalten
- Systemanforderungen
- evolutive Prinzipien

erfolgen.



Abbildung 4.18: Evolutive Algorithmen

System Der Systembegriff kann sehr weit gefasst werden, so dass wir darunter so verschiedene Objekte, wie ein Gebrauchsgegenstand, ein Werkzeug, ein Fahrzeugteil, einen Produktionsprozess, autonom agierende einzelne oder interagierende Maschinen (Roboter), ein Messdatenerfassungsgerät oder auch ein virtuelles Objekt innerhalb einer Computersimulation verstehen können. Ein System wollen wir als einen übergeordneten Begriff auffassen, der für unterschiedlichste Objekte oder auch für mehrere zusammenwirkende Objekte steht.

Systemparameter Die spezifischen Eigenschaften, durch die ein System beschrieben und charakterisiert werden kann, nennen wir die Systemparameter. Diesen Parametern kommt nach obiger Definition des Systembegriffs die Bedeutung von Objekteigenschaften zu, die auch als Objektvariablen unterschiedlicher Typen bezeichnet werden sollen.

Systemverhalten Kein System existiert für sich alleine. Es ist immer eingebettet in eine Umgebung, die ein Teilbereich der realen Welt ist, und in der sich das System mit dieser selbst in Wechselwirkung befindet. Unter dem Systemverhalten wollen wir das, was nun aufgrund eben dieser Wechselwirkungen mit dem System und seiner Umgebung passiert, ob es sich etwa bewährt oder versagt, verstehen.

Systemanforderungen Die Anforderungen, die an ein System gestellt werden können, sind so etwas wie der Prüfstein für seine Güte oder seine Qualität. Diese Anforderungen sollen sowohl explizit, zum Beispiel durch die Vorgabe von als optimal angenommene Systemparametern als auch implizit etwa durch die Formulierung und Überprüfung eines allgemeinen Verhaltensmusters des Systems angegeben werden. Letztlich ist es die Aufgabe des Evolutionsalgorithmus, das System dorthin zu bringen, dass es den an es gestellten Anforderungen möglichst optimal entsprechen kann.

Evolute Prinzipien Hierbei geht es im Wesentlichen um die aus der Evolutionsbiologie entlehnten Begriffe der Mutation und der Selektion, die als auf ein System wirkende Instanzen aufgefasst werden. Diese beiden Wirkprinzipien zusammen stellen den „Motor“ für die Weiterentwicklung des Systems dar, und sie müssen als einzelne Algorithmen programmiert werden, Sie wirken parallel auf eine Anzahl von gleichrangig nebeneinander im Evolutionsalgorithmus als Objektpopulation zusammengefasste Instanzen bzw. Objekten, die jeweils das System darstellen, und bewirken dadurch eine im Sinne einer optimalen Anpassung an die Systemanforderungen gerichtete Entwicklung. Diese Entwicklung soll letztlich zu einem optimal adaptierten System führen. Die Programmierung solcher evolutiver Algorithmen kann entsprechend der Komplexität

des zu berechnenden Systems sehr aufwändig werden. Insbesondere die Generierung einer neuen Population von Systemen stellt gegebenenfalls eine große Herausforderung dar. Will man zum Beispiel die Form eines Flugzeugumpfes hinsichtlich des Luftwiderstandes optimieren, so stellt sich die Frage, ob es überhaupt mit vertretbarem Aufwand möglich ist, die Herstellung und die entsprechenden Prüf- und Messvorrichtungen für diesen Prozess jeweils mehrfach nebeneinander real aufzubauen und immer wieder zu verändern selbst, wenn dies nur im Modell geschehen soll. In den meisten Fällen dürfte dies kaum möglich sein, so dass die Notwendigkeit besteht, den eigentlichen realen Produktions- und Prüfprozess als Computersimulation abzubilden. Dieses virtuelle Modell kann natürlich wesentlich einfacher mit dem evolutiven Algorithmus gekoppelt und entsprechend berechnet werden. Die Möglichkeit der Simulation realer Systeme ist also auch im Zusammenhang mit Optimierungsproblemen eine wichtige Voraussetzung. Wir können sicherlich gespannt sein, in welchen Bereichen der Wissenschaft und der Technik Computeralgorithmen zu weiteren Entwicklungen und Fortschritten führen werden, die ohne diese Mittel nicht denkbar wären. Dies läuft natürlich auf die Frage hinaus, wer sich der entsprechenden Problematiken annehmen und Lösungen erarbeiten wird.

Was sind nun unsere wissenschaftlichen Erkenntnismöglichkeiten?

Im letzten Kapitel unserer Betrachtungen haben wir die unterschiedlichen Möglichkeiten der Sprache in der Wissenschaft kennengelernt. Dabei haben wir den Begriff der Sprache relativ weit gefasst, da wir darunter sowohl unsere gesprochene und geschriebene Sprache als auch deren spezifische Ausprägungen als mathematische Sprache und als Computersprachen betrachtet haben.

Die wissenschaftliche Sprache insbesondere innerhalb der Physik, der Technologie und der Mathematik beinhaltet ein ganz eigenes Vokabular. Die Begriffe haben sehr oft abstrakte Inhalte, über deren Bedeutung man sich zunächst Klarheit im Sinne einer sprachlichen Konvention verschaffen muss. Dies alleine schon führt zu einem wissenschaftlichen Verständnis.

Die wissenschaftlichen Sprachen dienen aber nicht alleine dazu, ein Verständnis zu erlangen, sie bieten ebenfalls die Möglichkeit Vorstellungen zu entwickeln, diese miteinander und mit dem Experiment zu vergleichen und somit eine Verifikation dieser Vorstellungen zu bekommen.

Die Beschreibungen der realen Welt, oder zumindest unserer Vorstellungen von ihr, mit den Sprachen der Mathematik und der Computeralgorithmen bieten oftmals erstaunliche Möglichkeiten neben der experimentellen Forschung.

Die Sprachen innerhalb der Wissenschaft bieten uns letztlich allesamt die Möglichkeit, Fragen zu formulieren und zu stellen, welche uns durch deren Beantwortung hoffentlich zu einem tieferen Erkennen der realen Welt oder, wenn man so will, der Natur führen. Mit anderen Worten, ob nun die normale Sprache, die Mathematik oder Computeralgorithmen, sie alle helfen uns dabei unsere Fragestellungen zu konkretisieren und Antworten zu finden.

All dies konnten wir nur anhand von einigen einfachen Beispielen beleuchten und somit gleichzeitig versuchen, das Thema Forschung und Wissenschaft als ein geistig sehr interessantes als auch für die Zukunft offenes Betätigungsfeld vorzustellen. Bei unseren Betrachtungen haben wir uns im Wesentlichen auf die Bereiche der Physik als eine exakte Wissenschaft, der Mathematik und der Technik beschränkt, so dass die anderen Wissenschaftszweige nicht oder nur sehr oberflächlich angesprochen wurden. Nichts desto weniger haben wir es aber auch in diesen wissenschaftlichen Bereichen mit dem Bestreben nach tieferen Erkenntnissen zu tun.

Danksagung

Danken möchte ich an dieser Stelle zuerst meinen Eltern Alfred und Hildegard , weil sie mir in meiner Kindheit und frühen Jugend ein unbeschwertes Leben und Erleben ermöglicht haben. Sie ließen mir genug Freiraum, um mich mit den Dingen zu Beschäftigen, die mir persönlich Freude bereiteten.

Meine Freunde Peter (... spielt auch gerne die Trompete ...), Michael (... legt gerne Regeln fest ...) und Frank (... seine Bescheidenheit macht ihn liebenswert ...) waren mir gute Gefährten auf dem Weg in die Wissenschaft, die Technik und auch ins Leben.

Manfred (... ein echter Physiker ...), mein Physiklehrer, und Uwe (... imponierende Persönlichkeit ...) mein Mathematiklehrer, haben es verstanden während meiner Zeit auf dem Gymnasium, mein Interesse für die Physik und die Computerprogrammierung zu wecken.

Literaturverzeichnis

- [1] Ardenne Manfred, Musiol Gerhard, Reball Siegfried, „Effekte der Physik und ihre Anwendungen“, Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt am Main, 1997

- [2] Beste Dieter, in „Spektrum der Wissenschaft Dossier: Mikrosystemtechnik“

- [3] Bormann Manfred, „Experimentalphysik Bd.3 Optik, Atomphysik“, Studienverlag Dr. N. Brockmeyer Bochum, 1983

- [4] Bronstein I. N., Semendjajew K. A., „Taschenbuch der Mathematik“, Verlag Harri Deutsch Thun und Frankfurt/Main, 1983

- [5] Einstein Albert, Infeld Leopold, „Die Evolution der Physik“, Rowohlt Taschenbuch Verlag GmbH, 1995

- [6] Hellwege Karl Heinz, „Einführung in die Physik der Atome“, Springer-Verlag, 1974

- [7] Hey Toni, Walters Patrick, „Das Quantenuniversum: Die Welt der Wellen und Teilchen“, Spektrum, Akademischer Verlag, 1998

- [8] Hoffmann Banesh, „Einsteins Ideen - Das Relativitätsprinzip und seine historischen Wurzeln“, Spektrum Akademischer Verlag GmbH, 1997

- [9] Jung Walter, „Das Abitur-Wissen Physik“, Fischer Taschenbuch Verlag GmbH, 1979

- [10] Levi P., Bräunl Th., Oswald N.(Hersg.), „Informatik aktuell Autonome mobile Systeme 1997“, 13. Fachgespräch Stuttgart, 6.-7. Oktober 1997, Springer-Verlag, 1997
- [11] Philippow Eugen, „Grundlagen der Elektrotechnik“, VEB Verlag Technik Berlin
- [12] Reinhardt Fitz, Soeden Herrrich, „dtv-Atlas zur Mathematik Tafeln und Texte“, Bände I+II, Deutscher Taschenbuch Verlag GmbH & Co. KG, 1978
- [13] Rose Hartmut, „Auskoppelmessung und Messung der Filterkurven eines doppelbrechenden Filters und Suche neuer LASER-Linien am He-Se⁺- LASER“, Studienarbeit am Lehrstuhl für allgemeine Elektrotechnik und Elektrooptik der Abteilung Elektrotechnik an der Ruhr-Universität Bochum, Mai 1988, (unveröffentlicht)
- [14] Rose Hartmut, „Mikrowelleneigenschaften von Kobalt - Titan substituierten Hexaferriten (Ferrimagnetische Resonanz)“, Diplomarbeit am Institut für Werkstoffe der Elektrotechnik Fakultät für Elektrotechnik der Ruhr-Universität Bochum, Januar 1990, (unveröffentlicht)

Index

A

Aktoren, 63
Alpha-Teilchen, 85
Äther, 72
Atom, 82
Atomkern, 86
Atomkernverschmelzung, 83
Atommodell, 87
Auflösungsvermögen, 38
Auge, 18
autonomes System, 66

B

Barium-Ferrit, 101
Beharrungsvermögen, 76
Beschleunigung, 74
Beschleunigungsmessung, 62
Beschreibung, 12
Bewegungsgesetz, 75
Bewegungsproblem, 74
Biologie, 32
Bohr, Niels, 87

D

Dalton, John, 84
Drucksensor, 55

E

Einkristall, 99
Elektrodynamik, 110

Elektronendichteverteilung, 65
Elektronenhülle, 86
Elektronenmasse, 92
Elektronenmikroskop, 32, 38
Elementarladung, 91
Erkennen, 9

F

Ferrit, 100
Fizeau, Armand, 108
Forschung, 11, 27, 33
Fotografie, 31

G

Geruchsdetektor, 54
Geschmackssinn, 23
Geschwindigkeit, 74
Gleitreibung, 65
Glühemission, 94
Gravitationsgesetz, 80
Gravitationskonstante, 80
Gravitationskraft, 77
Gravitationswaage, 78

H

Haftreibung, 65
Helium-Selen-LASER, 103
Hertz, 14
Hubble, 50
Hydrofon, 53

I

Infrarotsichtgerät, 31
Isaak Newton, 74

K

Kapazitätsänderung, 62
Kernkraft, 86
Kernspintomographie, 47
Kondensator, 62
Kraft, 74
Kraft, magnetische, 96
Kraftgesetz der Mechanik, 76
Kraftmikroskopie, 45
Kristallanisotropie, 102
Kristalle, 99
Kristallstruktur, 100

L

Ladung, 81
LASER, 102
LASER-Linie, 104
Laufmaschine, 67
Licht, 107
Lichtgeschwindigkeit, 108
Lichtmikroskop, 29
Linse, 28
Linsensystem, 34

M

Magnetresonanz, 48
Masse, 74
Masse, träge und schwere, 80
Materialforschung, 32
Maxwell, 13
Medizin, 32
Messtechnik, 56
Michelson, 72

Michelson-Interferometer, 72
Michelson-Morley-Experiment, 72
Mikrofon, 53
Mikrokosmos, 66
Mikroskop, 27
Morley, 72

N

Nase, 22
Neutron, 86
Newton, 35

O

Oberflächenabbildung, 64
Oberflächenatome, 65
Ohren, 20
Optik, 34
Orbitale, 89
Ordnungsstruktur, 99

P

Periodisches System der Elemente, 84
Phosphoreszenz, 94
physikalisches Experiment, 89
Piezoelement, 44
Polykristall, 99
Prisma, 34
Proton, 86

R

Rasterelektronenmikroskop, 38
Raster-Tunnel-Mikroskop, 32, 64
Rastertunnelmikroskopie, 43
Regelmechanismen, 63
Regelungstechnik, 56
Restlichtverstärker, 31
Roboter, 61

Robotersysteme, 66
Rutherford, Ernest, 85

S

Schall, 21
Schallgeschwindigkeit, 21
Schallwandler, 53
Schrödinger-Gleichung, 88
Schwerkraft, 77
Sensorik, 55
Sensorsystem, 54
Silizium, 45
Sinne, 17
Sinnesorgane, 17
Spiegel, 34

T

Technik, 33
Telefon, 54
Teleskop, 30, 49
Theorie, 106
Trägheitsantrieb, 65
Transmissionselektronenmikroskop,
38
Tunneleffekt, 43
Tunnelstrom, 65

U

Ultraschall, 53

V

Vakuumlichtgeschwindigkeit, 20

W

Wahrnehmung, 10, 17
Wasserstoffatom, 87
Weltraumteleskop, 50
wissenschaftliche Intention, 69

Abbildungsverzeichnis

1.1	Dreiteilung des Begriffes der wissenschaftlichen Erkenntnis	15
2.1	Das Auge	18
2.2	Anatomie des Auges	19
2.3	Anatomie des Innenohres	22
3.1	Ein Wasserfloh	30
3.2	Verschiedene optische Linsen	35
3.3	Aufbau des Spiegelteleskops	36
3.4	Aufbau des Feldstechers	37
3.5	Prinzip des Elektronenmikroskops nach (author?) (13)	39
3.6	Wechselwirkung von Elektronen mit Materie nach (author?) (13)	40
3.7	Mikroskopische Aufnahme von Viren	41
3.8	Ein Insektenfühler	42
3.9	Blutzellen	43
3.10	Eine Spitze aus Silizium:	46
3.11	CD-ROM Pressling	46
3.12	DNS-Molekül	47
3.13	Graphitoberfläche	47
3.14	3D-Herz	48

3.15 Die Halswirbel im Längsschnitt	49
3.16 Ein Blick in den menschlichen Schädel	49
3.17 Das Hubble Space Telescope	50
3.18 Ein neuer Doppelstern	51
3.19 Eine Nachbargalaxie	52
3.20 Messergebnis eines Geruchssensors	55
3.21 Ein Temperatursensor	57
3.22 Ein Lichtsensor	57
3.23 Ein integrierter Lichtsensor	58
3.24 Schwingquarzsensoren	60
3.25 Gassensor im Gehäuse	60
3.26 Gassensor	60
3.27 Mikrosensor	62
3.28 Schema eines Raster Tunnel Mikroskops	64
3.29 Wissenschaftliche Intention	70
3.30 Wissenschaftliche Intention	71
3.31 Prinzip eines Lichtinterferometers	73
3.32 Newton's Kraftgesetz	75
3.33 Eine Gravitationswaage	79
3.34 Der Rutherford'sche Streuversuch	85
3.35 Streuung von α -Teilchen	86
3.36 Ein Modell des Wasserstoffatoms	88
3.37 Die Bestimmung der Elementarladung von Elektronen	92
3.38 Die Braunsche Elektronenröhre	93
3.39 Die hexagonale Kristallstruktur	100
3.40 Prinzip eines Gaslasers	104

3.41	Der Fizeausche Versuchsaufbau zur Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit	109
4.1	Elektronen im Draht Ladungen:	125
4.2	Der Verschiebungsstrom	126
4.3	Eine mögliche Einteilung der Mathematik	137
4.4	Die komplexe Zahlenebene	140
4.5	Messung der Lichtintensität	147
4.6	Theoretischer Kurvenverlauf für das Lambertsche Gesetz	152
4.7	Berechnungen am RC-Glied	155
4.8	Theoretische Ergebnisse der Berechnungen der R-C-Reihenschaltung	161
4.9	Ausgleichsvorgang im Kondensator	165
4.10	Numerische Annäherung der Sinusfunktion	183
4.11	Fehler bei der numerischen Näherung	184
4.12	Darstellung der Mandelbrotmenge	189
4.13	Ein Digitales Schaltwerk	198
4.14	Simulationsergebnis für den radioaktiven Zerfall von 100 Kernen .	209
4.15	Simulationsergebnis für den radioaktiven Zerfall von 10000 Kernen	210
4.16	Simulationsergebnis für den radioaktiven Zerfall von 500000 Kernen	211
4.17	Abweichung zwischen Theorie und Simulation	212
4.18	Evolutive Algorithmen	214